

www.freemaths.fr

# BACCALAURÉAT MATHÉMATIQUES

SUJET 1

CORRIGÉ  
EXERCICE

1



ANTILLES-GUYANE  
2023

## Questionnaire à Choix Multiple

RÉPONSES

b

b

b

b

c

1. La probabilité  $P_G(D)$  est égale à...

D'après l'énoncé, nous avons:

- $G$  = " la machine est sous garantie ".
- $\bar{G}$  = " la machine n'est pas sous garantie ".
- $D$  = " la machine est défectueuse ".
- $\bar{D}$  = " la machine est ok ".
- $P(G) = 20\%$
- $P(\bar{G}) = 1 - 20\% = 80\%$ .
- $P(D) = 8,2\%$
- $P(\bar{D}) = 1 - 8,2\% = 91,8\%$ .
- $P(G \cap D) = 0,2\%$ .

Calculer la probabilité que la machine soit défectueuse sachant qu'elle est sous garantie revient à déterminer:  $P_G(D)$ .

$$\begin{aligned}
 P_G(D) &= \frac{P(G \cap D)}{P(G)} \\
 &= \frac{0,2\%}{20\%} \\
 &= 1\%.
 \end{aligned}$$

Ainsi:  $P_G(D) = 1\%$  *cad*  $P_G(D) = 0,01$ .

2. La probabilité  $P(\bar{G} \cap D)$  est égale à...

Ici, il s'agit de calculer:  $P(\bar{G} \cap D)$ .

D'après la formule des probabilités totales:

$$\begin{aligned}
 P(D) &= P(D \cap G) + P(D \cap \bar{G}) \\
 &= P(G \cap D) + P(\bar{G} \cap D) \\
 &= 1\% + P(\bar{G} \cap D).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{D'où: } P(\bar{G} \cap D) &= P(D) - 0,2\% \\
 &= 8,2\% - 0,2\% \\
 &= 8\%.
 \end{aligned}$$

Ainsi:  $P(\bar{G} \cap D) = 8\%$  *cad*  $P(\bar{G} \cap D) = 0,08$ .

3. La probabilité que la machine soit sous garantie sachant qu'elle est défectueuse est...

Calculer la probabilité que la machine soit sous garantie sachant qu'elle est défectueuse revient à déterminer:  $P_D(G)$ .

$$\begin{aligned} P_D(G) &= \frac{P(D \cap G)}{P(D)} \\ &= \frac{P_G(D) \times P(G)}{P(D)} \\ &= \frac{1\% \times 20\%}{8,2\%} \\ &\approx 0,024. \end{aligned}$$

Ainsi:  $P_D(G) = 0,024$  cad  $P_D(G) = 2,4\%$ .

4. La probabilité  $P(X > 2)$  est égale à...:

Il s'agit de calculer ici:  $P(X > 2)$ , avec  $X \rightsquigarrow B(50; 8,2\%)$ .

En effet, la variable aléatoire discrète  $X$  qui associe à chaque lot de "  $n$  " machines le nombre de machines défectueuses dans ce lot, suit **une loi binomiale** de paramètres:  $n = 50$  et  $P = 8,2\%$ .

Et nous pouvons noter:  $X \rightsquigarrow B(50; 8,2\%)$ .

Soit  $X$  la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier  $k$ ,  $0 \leq k \leq n$ , la probabilité d'obtenir  $k$  succès sur  $n$  épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! (n-k)!}$$

$$P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2)$$

$$\approx 0,789 \quad (\text{calculatrice}).$$

Ainsi:  $P(X > 2) \approx 0,789$  cad  $P(X > 2) \approx 78,9\%$ .

5. La plus grande valeur possible pour "n" est égale à...

Pour répondre à cette question, nous devons résoudre l'inéquation:

$$P(X = 0) > 0,4, \text{ avec } X \rightsquigarrow B(n; 8,2\%).$$

$$P(X = 0) > 0,4 \Leftrightarrow \binom{n}{0} (8,2\%)^0 (1 - 8,2\%)^n > 0,4$$

$$\Leftrightarrow (91,8\%)^n > 0,4$$

$$\Leftrightarrow n \ln(91,8\%) > \ln(0,4)$$

$$\Leftrightarrow n < \frac{\ln(0,4)}{\ln(91,8\%)} \quad \text{cad } n \leq 10 \text{ machines.}$$

Ainsi, la plus grande valeur possible pour "n" est:  $n = 10$ .