BACCALAURÉAT
MATHÉMATIQUES

SUJET 1

CORRIGÉ EXERCICE 1

POLYNÉSIE

2022

Questionnaire à Choix Multiple

RÉPONSES B C A D C A

1. g **définie et dérivable sur** $]0;+\infty[$ **avec** $g(x) = \dots$

Ici: • $g(x) = \ln(x^2 + x + 1)$ ($\ln(U)$)

• $\mathcal{D}g =]0;+\infty[$.

D'après l'énoncé g est dérivable sur $]0;+\infty[$.

Dans ces conditions, nous pouvons calculer g' pour tout $x \in]0;+\infty[$.

Pour tout $x \in]0;+\infty[$: $g'(x) = \dfrac{2x+1}{x^2+x+1}$. $\left(\dfrac{U'}{U}\right)$

Ainsi, pour tout $x \in]0;+\infty[$: $g'(x) = \dfrac{2x+1}{x^2+x+1}$.

2. **La fonction** $f(x) = \ln(x)$ **définie sur** $]0;+\infty[$ **admet pour primitive...**

Ici: • $f(x) = \ln(x)$

• $\mathcal{D}f =]0;+\infty[$.

f est définie et continue sur $]0;+\infty[$.

Elle admet donc une primitive sur $]0;+\infty[$ cad une fonction F dérivable sur l'intervalle $]0;+\infty[$ telle que: $F' = f$.

Une primitive de f sur $]0;+\infty[$ est: $F(x) = x \ln(x) - x$.

En effet pour tout $x \in]0;+\infty[$, nous avons bien:

$$F'(x) = (1 \times \ln(x)) + (x \times \frac{1}{x}) - 1$$

$$= \ln(x) + 1 - 1$$

$$= \ln(x)$$

$$= f(x).$$

f admet donc comme primitive la fonction: $F(x) = x \ln(x) - x$.

3. $\lim\limits_{n \to +\infty} a_n = \lim\limits_{n \to +\infty} \frac{1 - 3^n}{1 + 2^n} = \ldots$

Ici: • $a_n = \frac{1 - 3^n}{1 + 2^n}$

• $n \in \mathbb{N}$.

En $+\infty$, nous pouvons écrire: $a_n = \dfrac{3^n \times \left(\frac{1}{3^n} - 1\right)}{2^n \times \left(\frac{1}{2^n} + 1\right)}$

$$= (1,5)^n \times \left[\frac{\frac{1}{3^n} - 1}{\frac{1}{2^n} + 1}\right].$$

Or, d'après le cours : • $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{1}{3^n} = 0$

• $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{1}{2^n} = 0.$

Dans ces conditions : $\lim\limits_{n \to +\infty} a_n = (1,5)^n \times \left[\dfrac{0 - 1}{0 + 1} \right] = -\infty.$

4. ***f* est définie et dérivable sur [-2 ; 2] ; *f* est...**

D'après l'énoncé :

x	-2	-1	0	2
f'	1	0	-2	-1

Au vu du tableau de variations de la fonction f', nous pouvons dire que :

- **f' est décroissante sur [-2 ; 0], donc f'' est négative sur [-2 ; 0],**
- **f' est croissante sur [-2 ; -1], donc f'' est positive sur [-2 ; -1].**

Or, d'après le cours : ***f* est concave sur *I* ssi $f''(x) \leqslant 0$, pour tout $x \in I$.**

Ainsi, nous pouvons affirmer que : la fonction *f* est concave sur [-2 ; 0].

5. On peut affirmer que la fonction *f* est...

Nous sommes en présence de la représentation graphique de la courbe de la dérivée f' de f sur [-2 ; 4].

Au vu du graphique, nous pouvons dire que:

- f' est croissante sur $[-2;0] \cup [2;4]$,
- f' est décroissante sur $[0;2]$,
- f' est négative sur $[-2;-1] \cup [1;3]$,
- f' est positive sur $[-1;1] \cup [3;4]$.

Dans ces conditions, comme f' s'annule et change de signe en passant du positif au négatif en $x = 1$: f admet un maximum en $x = 1$ sur $[0;2]$.

6. La fonction Python seuil (...) qui renvoie le nombre de mois à attendre pour que sa valeur dépasse 200 € est ...

```
def seuil ( ):
    m = 0
    v = 57
    while v < 200:
        m = m + 1
        v = v * 1.03
    return m
```