

www.freemaths.fr

BACCALAURÉAT MATHÉMATIQUES

SUJET 1

CORRIGÉ
EXERCICE 3



FRANCE MÉTROPOLITAINE
2022

LE STAGE DE FORMATION

CORRECTION

1. a. Donnons la probabilité de l'événement S:

D'après l'énoncé, nous avons:

- F = " le salarié interrogé est une femme ".
- \bar{F} = " le salarié interrogé est un homme ".
- S = " le salarié interrogé a suivi le stage ".
- \bar{S} = " le salarié interrogé n'a pas suivi le stage ".

- $P(F) = 52\%$
- $P(\bar{F}) = 1 - 52\% = 48\%$.

- $P(S) = 25\%$
- $P(\bar{S}) = 1 - 25\% = 75\%$.

- $P_F(S) = 40\%$
- $P_F(\bar{S}) = 1 - 40\% = 60\%$.

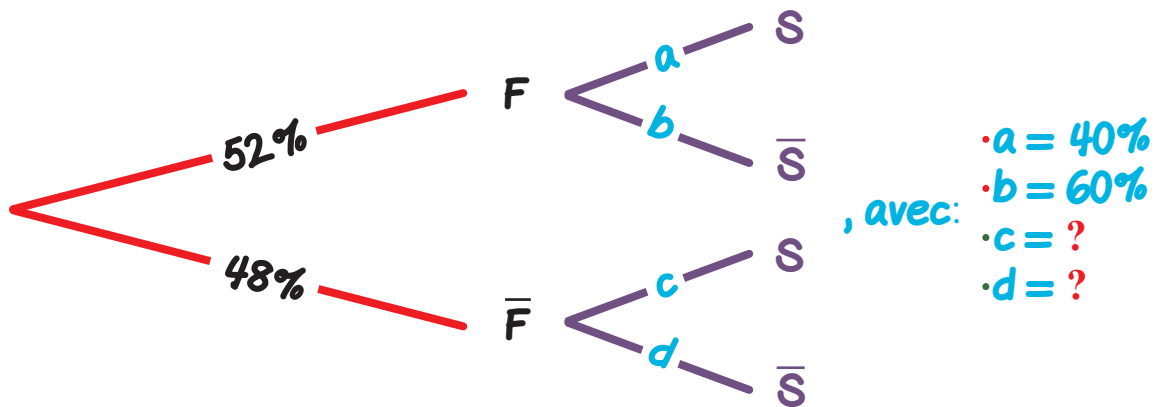
$$\bullet P_{\bar{F}}(S) = ?$$

$$\bullet P_{\bar{F}}(\bar{S}) = ?$$

Dans ces conditions, comme le stage a été suivi par 25% des salariés, nous pouvons affirmer que: $P(S) = 25\%$.

I. b. Recopions et complétons l'arbre pondéré:

L'arbre de probabilités complété est le suivant:



I. c. Montrons que $P(F \cap S) = 0,208$:

Ici, nous devons calculer: $P(F \cap S)$.

$$P(F \cap S) = P_F(S) \times P(F)$$

$$= 40\% \times 52\%$$

$$= 0,208.$$

Ainsi la probabilité que la personne interrogée soit une femme ayant suivi le stage est bien égale à: $0,208$ cad $20,8\%$.

1. d. Calculons la probabilité que la personne soit une femme sachant qu'elle a suivi le stage:

Calculer la probabilité que la personne interrogée soit une femme sachant qu'elle a suivi le stage revient à calculer: $P_S(F)$.

$$\begin{aligned} P_S(F) &= \frac{P(S \cap F)}{P(S)} \\ &= \frac{P(F \cap S)}{P(S)} \\ &= \frac{0,208}{0,25} \\ &= 0,832. \end{aligned}$$

La probabilité que la personne soit une femme sachant qu'elle a suivi le stage est donc égale à: $0,832$ cad $83,2\%$.

1. e. Justifions l'affirmation du directeur:

Il s'agit ici de calculer $P_{\bar{F}}(S)$ et de comparer le résultat à 10% .

$$P_{\bar{F}}(S) = \frac{P(S \cap \bar{F})}{P(\bar{F})} \quad \text{cad} \quad P_{\bar{F}}(S) = \frac{P(S \cap \bar{F})}{0,48}$$

Or, d'après la formule des probabilités totales:

$$P(S) = P(S \cap F) + P(S \cap \bar{F}) \text{ et donc } P(S \cap \bar{F}) = P(S) - P(S \cap F).$$

$$\begin{aligned} \text{D'où: } P(S \cap \bar{F}) &= 0,25 - 0,208 \\ &= 4,2\%. \end{aligned}$$

$$\text{Et donc: } P_{\bar{F}}(S) = \frac{4,2\%}{0,48}$$

$$= 0,0875.$$

Comme $0,0875 < 10\%$, parmi les hommes salariés de l'entreprise moins de 10% ont suivi le stage de formation.

Donc **OUI**, le directeur a raison.

2. a. Déterminons la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X:

Soit l'expérience aléatoire consistant à interroger 20 salariés choisis au hasard: l'effectif des salariés de l'entreprise est suffisamment important pour assimiler ce choix à un tirage avec remise.

Soient les événements S = " le salarié a suivi le stage ", et \bar{S} = " le salarié n'a pas suivi le stage ".

On désigne par X la variable aléatoire qui à cet échantillon de 20 salariés associe le nombre de salariés ayant suivi le stage.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 20 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: S et \bar{S} .

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de S suit donc **une loi binomiale** de paramètres: $n = 20$ et $p = 25\%$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B(20; 25\%)$.

2. b. Déterminons la probabilité que 5 salariés aient suivi le stage:

Il s'agit de calculer ici: $P(X = 5)$, avec $X \sim B(20; 25\%)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k , $0 \leq k \leq n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! (n-k)!}$$

$$\begin{aligned} \text{D'où ici: } P(X = 5) &= \binom{20}{5} (25\%)^5 (1 - 25\%)^{15} \\ &\approx 0,202\% \quad (\text{calculatrice}). \end{aligned}$$

Au total, la probabilité qu'exactly 5 salariés sur 20 salariés interrogés aient suivi le stage est d'environ: 20,2%.

2. c. Déterminons la valeur renvoyée lorsqu'on saisit $\text{proba}(5)$ et interprétons:

La valeur renvoyée lorsqu'on saisit $\text{proba}(5)$ est: $P(X \leq 5)$.

Or: $P(X \leq 5) \approx 0,617$ (calculatrice).

Cela signifie que la probabilité qu'au plus 5 salariés aient effectué le stage de formation est d'environ: 61,7%.

2. d. Déterminons la probabilité qu'au moins 6 salariés aient suivi le stage:

Déterminer la probabilité qu'au moins 6 salariés aient suivi le stage revient à calculer: $P(X \geq 6)$.

$$\text{Or: } P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5)$$

$$= 1 - 0,617$$

$$\approx 0,383.$$

Ainsi, la probabilité qu'au moins 6 salariés aient suivi le stage de formation est d'environ: **38,3%**.

3. Déterminons le pourcentage moyen d'augmentation des salaires:

- D'après l'énoncé:
- augmentation de 5% du salaire des salariés ayant suivi le stage,
 - augmentation de 2% du salaire des salariés n'ayant pas suivi le stage.

IMPOSSIBLE de répondre à cette question car: l'augmentation moyenne des salaires dépend de la répartition des salaires !