

www.freemaths.fr

BACCALAURÉAT MATHÉMATIQUES

SUJET 1

CORRIGÉ
EXERCICE

1



MAYOTTE, RÉUNION
2022

LE COUPE-FILE AU SKI

CORRECTION

PARTIE A

1. Traduisons la situation par un arbre pondéré:

D'après l'énoncé, nous avons:

- J = " le skieur a un forfait JUNIOR ".
- \bar{J} = " le skieur a un forfait SÉNIOR ".
- C = " le skieur choisit l'option coupe-file ".
- \bar{C} = " le skieur ne choisit pas l'option coupe-file ".

- $P(J) = 20\%$
- $P(\bar{J}) = 1 - 20\% = 80\%$.

- $P(C) = ?$
- $P(\bar{C}) = ?$

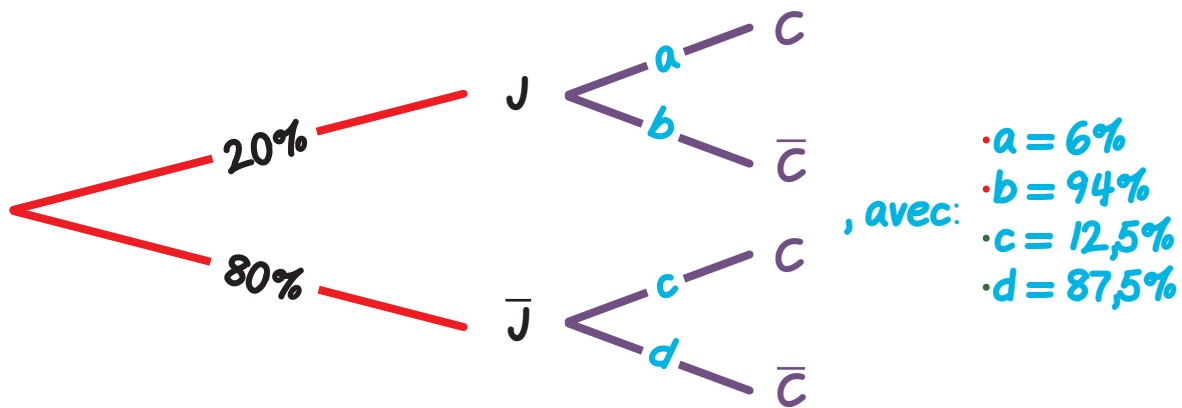
- $P_J(C) = 6\%$

- $P_J(\bar{C}) = 1 - 6\% = 94\%$.

- $P_{\bar{J}}(C) = 12,5\%$

- $P_{\bar{J}}(\bar{C}) = 1 - 12,5\% = 87,5\%$.

D'où l'arbre de probabilités complété est le suivant:



2. Calculons $P(J \cap C)$:

Ici, nous devons calculer: $P(J \cap C)$.

$$P(J \cap C) = P_J(C) \times P(J)$$

$$= 6\% \times 20\%$$

$$= 0,012$$

Ainsi la probabilité que le skieur ait un forfait JUNIOR et choisit l'option coupe-file est donc égale à: $0,012$ cad $1,2\%$.

3. Montrons que la probabilité que le skieur choisisse l'option coupe-file

est égale à 0,112:

Ici, il s'agit de calculer: $P(C)$.

L'événement $C = (C \cap J) \cup (C \cap \bar{J})$.

D'après la formule des probabilités totales:

$$\begin{aligned} P(C) &= P(C \cap J) + P(C \cap \bar{J}) \\ &= P(J \cap C) + P_{\bar{J}}(C) \times P(\bar{J}) \\ &= 0,012 + 12,5\% \times 80\% \\ &= 0,112. \end{aligned}$$

Ainsi la probabilité que le skieur choisisse l'option coupe-file est donc bien égale à: 0,112 cad 11,2%.

4. Calculons la probabilité qu'il s'agisse d'un skieur ayant un forfait SÉNIOR:

Calculer la probabilité qu'il s'agisse d'un skieur ayant un forfait SÉNIOR, sachant qu'il a choisi l'option coupe-file revient à calculer: $P_C(\bar{J})$.

$$\begin{aligned} P_C(\bar{J}) &= \frac{P(C \cap \bar{J})}{P(C)} = \frac{P(\bar{J} \cap C)}{P(C)} \\ &= \frac{P_{\bar{J}}(C) \times P(\bar{J})}{P(C)} \\ &= \frac{12,5\% \times 80\%}{0,112} \\ &\approx 0,893. \end{aligned}$$

Sachant que le skieur a choisi l'option coupe-file, la probabilité qu'il ait un forfait SÉNIOR est d'environ: $0,893$ cad $89,3\%$.

5. Est-il vrai que les personnes de moins de vingt-cinq ans représentent moins de 15% des skieurs ayant choisi l'option coupe-file ?

La proportion de personnes de vingt-cinq ans ayant choisi l'option coupe-file

est égale à $\frac{0,012}{0,112} \approx 10,7\%$.

Comme $10,7\% < 15\%$, il est vrai que les personnes de moins de vingt-cinq ans représentent moins de 15% des skieurs ayant choisi l'option coupe-file.

PARTIE B

1. Déterminons les paramètres de la variable aléatoire X :

D'après l'hypothèse, la variable aléatoire X suit une loi binomiale.

Nous pouvons donc écrire: $X \rightsquigarrow B(n; p)$.

Avec: • n = nombre de skieurs choisis au hasard = 30

• p = probabilité qu'un skieur choisisse l'option coupe-file = $0,112$.

Ainsi X suit une loi binomiale: $X \rightsquigarrow B(30; 0,112)$.

2. Calculons la probabilité qu'au moins un des 30 skieurs ait choisi l'option coupe-file:

Pour répondre à cette question, nous devons calculer:

$$P(X \geq 1), \text{ avec } X \rightsquigarrow B(30; 0,112).$$

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k , $0 \leq k \leq n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

$$\text{Or: } P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$$

$$= 1 - \binom{30}{0} (0,112)^0 (1 - 0,112)^{30}$$

$$= 1 - (1 - 0,112)^{30}$$

$$\approx 0,972 \text{ (calculatrice).}$$

Au total, la probabilité qu'au moins un des 30 skieurs ait choisi l'option coupe-file est d'environ: **97,2%**.

3. Calculons la probabilité pour qu'au plus un des 30 skieurs ait choisi l'option coupe-file:

Ici, il s'agit de calculer: $P(X \leq 1)$, avec $X \rightsquigarrow B(30; 0,112)$.

$$\text{Or: } P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1)$$

$$\begin{aligned}
&= \binom{30}{0} (0,112)^0 (1-0,112)^{30} + \binom{30}{1} (0,112)^1 (1-0,112)^{29} \\
&= (1-0,112)^{30} + 30 \times 0,112 \times (1-0,112)^{29} \\
&\approx 0,136 \quad (\text{calculatrice}).
\end{aligned}$$

Ainsi, la probabilité qu'au plus un des 30 skieurs ait choisi l'option coupe-file est d'environ: **13,6%**.

4. Calculons l'espérance mathématique de la variable aléatoire X:

D'après le cours: $E(X) = n \cdot p$.

Donc ici nous avons: $E(X) = 30 \times 0,112$

= 3,36 skieurs.