

www.freemaths.fr

BACCALAURÉAT MATHÉMATIQUES

SUJET 2

CORRIGÉ
EXERCICE 2



CENTRES ÉTRANGERS 2

2022

Questionnaire à Choix Multiple

RÉPONSES

B

C

D

B

D

B

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $a_{n+1} = 0,5a_n + 1$ et $b_n = a_n - 2$ avec $a_0 = 1$ et...

D'après l'énoncé, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

- $a_{n+1} = 0,5a_n + 1$

- $b_n = a_n - 2$

- $a_0 = 1.$

Dans ces conditions, nous pouvons affirmer que la suite (a_n) est arithmético-géométrique, donc **ni arithmétique, ni géométrique**.

Quant à la suite (b_n) , nous avons pour tout $n \in \mathbb{N}$:

- $b_n = a_n - 2$

- $b_{n+1} = a_{n+1} - 2$

$$= (0,5a_n + 1) - 2$$

$$= 0,5a_n - 1$$

$$= 0,5 \times [a_n - 2]$$

$$= 0,5 \times b_n$$

D'où (b_n) est: une suite géométrique de raison $q = 0,5$ et de premier terme $b_0 = a_0 - 2 = -1$.

2. Nous pouvons affirmer que...

D'après l'énoncé, pour tout $n \in \mathbb{N}$: • $U_{n+1} = U_n + 3V_n$, $U_0 = 2$

• $V_{n+1} = U_n + V_n$, $V_0 = 1$.

Dans ces conditions: • $U_1 = 2 + 3 = 5$

• $V_1 = 2 + 1 = 3$

• $U_2 = 5 + 9 = 14$

• $V_2 = 5 + 3 = 8$.

Nous pouvons donc affirmer que: $\frac{U_2}{V_2} = \frac{14}{8} = 1,75$.

3. Ce programme renvoie...

D'après l'énoncé, pour tout $n \in \mathbb{N}$: • $U_{n+1} = U_n + 3V_n$, $U_0 = 2$

• $V_{n+1} = U_n + V_n$, $V_0 = 1$.

Le programme écrit en langage Python renvoie: U_{10} et V_{10} .

4. La fonction f est...

D'après l'énoncé, f est définie et deux fois dérivable sur $[-4; 2]$.

Nous sommes en présence de la représentation graphique de la courbe de la dérivée f' de f sur $[-4; 2]$.

Au vu du graphique, nous pouvons dire que:

- f' est croissante sur $[-4; 0]$, donc f'' est positive sur $[-4; 0]$,
- f' est décroissante sur $[0; 2]$, donc f'' est négative sur $[0; 2]$.

Or d'après le cours: f est convexe sur I ssi $f''(x) \geq 0$, pour tout $x \in I$.

Ainsi, nous pouvons affirmer que: la fonction f est convexe sur $[-4; 0]$.

5. La droite (BC) est la tangente à la courbe \mathcal{C} , au point B et donc...

D'après l'énoncé, f est définie et deux fois dérivable sur $[-4; 2]$.

Nous sommes en présence de la représentation graphique de la courbe de la dérivée f' de f sur $[-4; 2]$.

De plus: A (-2; 0), B (1; 0), et C (0; 5).

Dans ces conditions, le coefficient directeur de la droite (BC) est:

$$f''(1) = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{5 - 0}{0 - 1} = -5.$$

Ainsi, nous pouvons affirmer que: $f''(1) = -5$.

6. Sur \mathbb{R} , $f(x) = (x^2 + 1)e^x$ et sa primitive F telle que $F(0) = 1$ est...

Ici: • $f(x) = (x^2 + 1)e^x$

• $\mathcal{D}f = \mathbb{R}$.

- f est définie et continue sur \mathbb{R} .

Elle admet donc une primitive sur \mathbb{R} cad une fonction F dérivable sur \mathbb{R} telle que: $F' = f$.

Une primitive de f sur \mathbb{R} est: $F(x) = (x^2 - 2x + 3)e^x$.

En effet pour tout $x \in \mathbb{R}$, nous avons bien:

$$\begin{aligned} F'(x) &= (2x - 2) \times e^x + (x^2 - 2x + 3) \times e^x \\ &= (x^2 + 1) \times e^x \\ &= f(x). \end{aligned}$$

- D'après le cours, toutes les primitives de f sur \mathbb{R} sont de la forme:

$$G(x) = F(x) + c, c \in \mathbb{R}.$$

Ici, nous avons donc: $G(x) = (x^2 - 2x + 3)e^x + c, c \in \mathbb{R}$.

Or: $G(0) = 1$.

$$G(0) = 1 \Leftrightarrow 3 \times e^0 + c = 1 \quad \text{cad} \quad c = -2.$$

Au total, la primitive F de f sur \mathbb{R} telle que $F(0) = 1$ est:

$$F(x) = (x^2 - 2x + 3)e^x - 2.$$