BACCALAURÉAT
MATHÉMATIQUES

SUJET 2

CORRIGÉ EXERCICE 1

CENTRES ÉTRANGERS 2

2022

ÉLECTRIQUE OU NON ?

CORRECTION

1. Recopions et complétons l'arbre pondéré:

D'après l'énoncé, nous avons:

- R = " le client loue un vélo de route ".
- $\overline{R}$ = " le client loue un vélo tout terrain ".
- E = " le vélo loué est électrique ".
- $\overline{E}$ = " le vélo loué n'est pas électrique ".

- $P(R) = \alpha$
- $P(\overline{R}) = (1 - \alpha)$

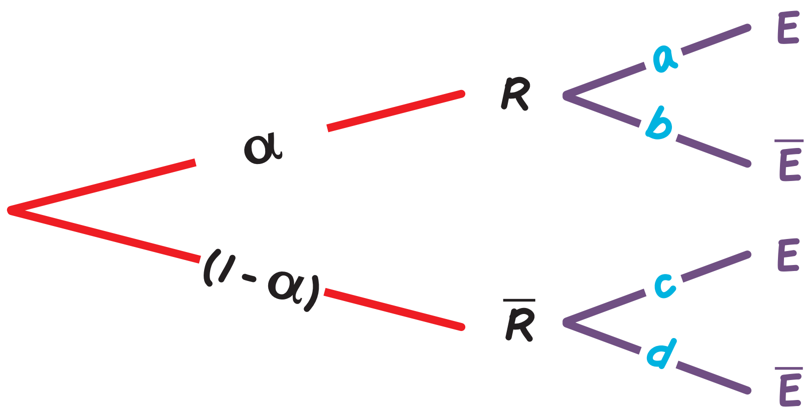
- $P(E) = 0,58$
- $P(\overline{E}) = 1 - 0,58 = 0,42.$

- $P_R(E) = 0,4$
- $P_R(\overline{E}) = 1 - 0,4 = 0,6.$

• $P_{\overline{R}}(E) = 0,7$

• $P_{\overline{R}}(\overline{E}) = 1 - 0,7 = 0,3.$

L'arbre de probabilités complété est le suivant:



, avec:

- $a = 0,4$
- $b = 0,6$
- $c = 0,7$
- $d = 0,3$

.

2. a. Montrons que $P(E) = 0,7 - 0,3\,\alpha$:

Ici, il s'agit de calculer: **$P(E)$.**

L'événement $E = (E \cap R) \cup (E \cap \overline{R})$.

D'après la formule des **probabilités totales**:

$$\mathbf{P(E)} = P(E \cap R) + P(E \cap \overline{R})$$

$$= P_R(E) \times P(R) + P_{\overline{R}}(E) \times P(\overline{R})$$

$$= 0,4 \times \alpha + 0,7 \times (1 - \alpha)$$

$$= 0,7 - 0,3 \times \alpha.$$

Ainsi, nous avons bien: **$P(E) = 0,7 - 0,3 \times \alpha$.**

Cela signifie que la probabilité que le vélo soit électrique est égale à:

$$0,7 - 0,3 \times \alpha.$$

2. b. Déduisons-en que $\alpha = 0,4$:

D'après l'énoncé: $P(E) = 0,58$.

Par identification, nous pouvons donc écrire: $0,58 = 0,7 - 0,3 \times \alpha$.

cad $\alpha = 0,4$.

Ainsi, nous avons bien: $\alpha = 0,4$.

3. Calculons $P_E(\overline{R})$:

Calculer la probabilité que le client ait loué un vélo tout terrain, sachant qu'il s'agit d'un vélo électrique revient à déterminer: $P_E(\overline{R})$.

$$P_E(\overline{R}) = \frac{P(E \cap \overline{R})}{P(E)}$$

$$= \frac{P_{\overline{R}}(E) \times P(\overline{R})}{P(E)}$$

$$= \frac{0,7 \times (1 - 0,4)}{0,58}$$

$$\approx 0,724.$$

Ainsi, la probabilité que le client ait loué un vélo tout terrain sachant qu'il s'agit d'un vélo électrique est environ égale à: 72,4 %.

4. Calculons la probabilité que le client loue un vélo tout terrain électrique:

Cela revient à calculer: $P(\overline{R} \cap E)$.

Or: $P(\overline{R} \cap E) = P_{\overline{R}}(E) \times P(\overline{R})$

$= 0,7 \times (1 - 0,4)$

$= 0,42$.

Ainsi, il y a 42% de chance que le vélo soit tout terrain et électrique.

5. a. Donnons la loi de probabilité de la V. A. X:

D'après l'énoncé:
- prix vélo de route non électrique: 25 €
- prix vélo de route électrique: 25 € + 15 €
- prix VTT non électrique: 35 €
- prix VTT électrique: 35 € + 15 €.

• Les valeurs que peut prendre la variable aléatoire X modélisant le prix de location à la journée, sont:

25 €, 40 € (25 € + 15 €), 35 €, 50 € (35 € + 15 €).

Ainsi, $X(\Omega)$ l'ensemble des valeurs que peut prendre la V. A. X est:

$X(\Omega) = \{25€ ; 35€ ; 40€ ; 50€\}$.

• Et nous avons:
- $P(X = 25€) = P(R \cap \overline{E}) = 0,24$
- $P(X = 35€) = P(\overline{R} \cap \overline{E}) = 0,18$

• $P(X = 40€) = P(R \cap E) = 0,16$

• $P(X = 50€) = P(\overline{R} \cap E) = 0,42$.

• La loi de probabilité de X est donc:

x_i	25 €	35 €	40 €	50 €
$P(X = x_i)$	0, 24	0, 18	0, 16	0, 42

5. b. Calculons E (X) et interprétons:

Ici: $E(X) = [0,24 \times 25] + [0,18 \times 35] + [0,16 \times 40] + [0,42 \times 50]$

$= 39,7€$.

Ainsi: $E(X) = 39,7€$ ce qui signifie que " le prix moyen d'une location à la journée est de 39, 7 € ".

6. a. Justifions que Y suit une loi binomiale:

Soit l'expérience aléatoire consistant à **choisir 30 clients d'Hugo au hasard**: on assimile ce choix à un tirage avec remise.

Soient les événements **E** = " le vélo loué est électrique ", et $\overline{E}$ = " le vélo loué n'est pas électrique ".

On désigne par **Y** la variable aléatoire associant à un échantillon de 30 clients choisis au hasard le nombre de clients qui louent un vélo électronique.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 30 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: E et $\overline{E}$.

La variable aléatoire discrète Y représentant le nombre de réalisations de E suit donc **une loi binomiale** de paramètres: $n = 30$ et $p = 0,58$.

Et nous pouvons noter: $Y \rightsquigarrow B\,(30\,;\,0,58)$.

6. b. Déterminons la probabilité qu'un échantillon contienne au moins 20 clients qui louent un vélo électronique:

Il s'agit de calculer ici: $P\,(Y = 20)$, avec $Y \rightsquigarrow B\,(30\,;\,0,58)$.

Soit Y la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k, $0 \leqslant k \leqslant n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P\,(Y = k) = \binom{n}{k} p^k \,.\, (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}.$$

D'où ici: $P\,(Y = 15) = \binom{30}{20} (0,58)^{20}\,(1 - 0,58)^{10}$

$$\approx 0,095 \quad (\text{calculatrice}).$$

Au total, la probabilité qu'un échantillon contienne au moins 20 clients qui louent un vélo électronique est d'environ: 9,5%.

6. c. Déterminons la probabilité qu'un échantillon contienne au moins 15 clients qui louent un vélo électrique:

Pour répondre à cette question, nous devons calculer: $P\,(Y \geqslant 15)$.

Or: $\mathbf{P(Y \geq 15)} = 1 - P(Y < 15)$

$= 1 - P(Y \leq 14)$

$= 1 - 0,14190$

$\approx$ **0, 858**. (calculatrice).

Ainsi, la probabilité qu'un échantillon contienne au moins 15 clients qui louent un vélo électrique est d'environ: 85, 8 %.