www.freemaths.fr

BREVET, DNB

CORRIGÉ

Mathématiques

CENTRES ÉTRANGERS

2025

Brevet — 2025 — Centres étrangers — Série générale

Correction

Un sujet de bonne facture, parfait pour préparer le brevet. On commence par un QCM complet, dont un peu de trigonométrie. Un deuxième exercice avec des colis, des volumes et des statistiques. Le programme de calcul est ensuite assez facile. Il termine par une interprétation graphique de la fonction affine. L'exercice 4 contient un ratio à 3 nombres, c'est assez rare. On termine avec un Scratch probabilités, original.

Exercice n° 1 — Cinq questions

20 points

Arithmétiques — Décomposition en produit de facteurs premiers — Tableur — Homothétie — Factorisation — Identités remarquables — Trigonométrie

Cinq questions très variée. Pas de difficulté majeure !

Question 1

Les quatre expressions sont bien égale à 120.
La **Réponse D** n'est pas un produit.
La **Réponse A** comprend le nombre 4 qui n'est pas premier.
La **Réponse B** comprend le nombre 15 qui n'est pas premier.

Vérifions quand même qu'il s'agit bien de la **Réponse C**.

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$ donc $8\,568 = 2^3 \times 3 \times 5$

Question 1 — Réponse C

Question 2

Comme la formule a été copié dans la cellule **B2**, celle-ci contient maintenant **=-4*B1-12**. Or **B1** contient 5.
Calculons $-4 \times 5 - 12 = -20 - 12 = -32$.

Question 2 — Réponse A

Question 3

Le **Carré B** est un agrandissement du **Carré A**. Le coefficient d'homothétie est donc supérieur à 1.
De plus, il s'agit d'un coefficient positif puisque le **Carré A** et le **Carré B** sont du même côté du point O.
Il s'agit donc de la **Réponse D**, le coefficient vaut 2.

On peut le vérifier. Le **Carré A** a un côté égal à une diagonale du quadrillage.
Le **Carré B** a bien un côté égal à deux diagonales du quadrillage.

Question 3 — Réponse D

Question 4

On peut utiliser l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ en observant que $4x^2 - 1 = (2x)^2 - 1$ pour obtenir $(2x+1)(2x-1)$.

On peut aussi développer chacune des écritures avec la double distributivité :

$(2x-1)(2x+1) = 4x^2 + 2x - 2x - 1 = 4x^2 - 1$
$(4x-1)(4x+1) = 16x^2 + 4x - 4x - 1 = 16x^2 - 1$
$4(x-1)(x+1) = 4(x^2 + x - x - 1) = 4(x^2 - 1) = 4x^2 - 4$
$(2x-1)^2 = (2x-1)(2x-1) = 4x^2 - 2x - 2x + 1 = 4x^2 - 4x + 1$

Question 4 — Réponse A

Question 5

Dans le triangle TER rectangle en R, [TE] est l'hypoténuse et [RE] est le côté adjacent à l'angle à 39°.
Nous allons utiliser le $\cos 39°$ pour déterminer la mesure RE.

$\cos 39° = \dfrac{\text{RE}}{\text{TE}} = \dfrac{\text{RE}}{7{,}4\,\text{cm}}$

Ainsi RE $= 7{,}4\,\text{cm} \times \cos 39° \approx 5{,}75\,\text{cm}$

Question 5 — Réponse B

EXERCICE n° 2 — Les colis à transporter

20 points

Statistiques — Moyenne — Médiane — Expérience aléatoire à une épreuve — Volume du pavé — Masse volumique

Un exercice assez difficile. La dernière question sur les masses volumiques demande de bonnes compétences.

1. Il faut calculer la moyenne des masses : Moyenne $= \dfrac{4+9+2+7+11}{5} = \dfrac{33}{5} = 6{,}6$.

La moyenne des masses des colis est de 6,6 kg.

2. Pour évaluer la médiane de cette série statistique, il faut classer les masses dans l'ordre croissant.
L'effectif est de 5 colis, et comme 5=2+1+2, la médiane est la troisième valeur.

Le classement : 2; 4; 7; 9; 11

La médiane de cette série de masse est de 7 kg.

Cela signifie que **au moins la moitié des colis à une masse supérieure ou égale à 7 kg.**

3. Il s'agit d'une **expérience aléatoire à une épreuve** constituée de 5 issues **equiprobables**.
Parmi ces 5 issues, 3 ont une masse inférieure à 8 kg.

La probabilité cherchée est de $\dfrac{3}{5} = 0{,}6 = 60\ \%$.

4.a. En lisant dans le tableau, on constate que le **Colis E** mesure 0,5 m de long, 0,4 m de large et 0,6 m de haut.

Son volume vaut Volume $= 0{,}5\,\text{m} \times 0{,}4\,\text{m} \times 0{,}6\,\text{m} = 0{,}12\,\text{m}^3$.

Le **Colis E** a bien un volume de $0{,}12\,\text{m}^3$.

4.b. Le **Colis E** a une masse de 11 kg et un volume de $0{,}12\,\text{m}^3$.

Il suffit de suivre la formule et de calculer : $\dfrac{11\,\text{kg}}{0{,}12\,\text{m}^3} \approx 91{,}67\,\text{kg/m}^3$

La masse volumique du **Colis E** est bien d'environ $91{,}7\,\text{kg/m}^3$ au dixième près.

Cela signifie qu'un mètre cube de matière comme le **Colis E** péserait environ 91,7 kg.

4.b. On remarque d'abord que le **Colis C** est plus petit que le **Colis E**. En tout cas ils n'ont pas le même volume, ce qui empêche d'émettre un avis avant d'avoir calculé la masse volumique.

En lisant dans le tableau, on constate que le **Colis C** mesure 0,3 m de long, 0,1 m de large et 0,5 m de haut.

Son volume vaut Volume $= 0{,}3\,\text{m} \times 0{,}1\,\text{m} \times 0{,}5\,\text{m} = 0{,}015\,\text{m}^3$.

Le **Colis C** a une masse de 2 kg et un volume de $0{,}015\,\text{m}^3$.

Sa masse volumique vaut : $\dfrac{2\,\text{kg}}{0{,}015\,\text{m}^3} \approx 133{,}33\,\text{kg/m}^3$

La masse volumique du **Colis C** est très supérieure à celle du **Colis C.**

Le **Colis E** est bien plus lourd que le **Colis C**, en revanche sa masse volumique est inférieure. Le transporteur a tort.

EXERCICE n° 3 — Un programme de calcul

21 points

Expression littérale — Équation du premier degré — Fonction affine — Représentation graphique

Un programme de calcul assez simple avec une équation facile. La dernière question est plus difficile à justifier.

1. En partant du nombre 1, on obtient succesivement : 1 puis $-2 \times 1 = -2$, $4 + (-2) = 2$ et enfin $2 \times 4 = 8$.

En partant du nombre 1 on obtient 8 avec ce programme de calcul.

2. En partant du nombre -2, on obtient succesivement : -2 puis $-2 \times (-2) = 4$, $4 + 4 = 8$ et enfin $8 \times 4 = 32$.

En partant du nombre -2 on obtient 32 avec ce programme de calcul.

3. En partant du nombre générique x, on obtient successivement : x puis $-2 \times x = -2x$, $-2x + 4$ et enfin $4(-2x + 4) = -8x + 16$

En partant du nombre générique x on obtient $-8x + 16$ avec ce programme de calcul.

4.a.

$$\begin{aligned}
-8x + 16 &= 4\\
-8x + 16 - 16 &= 4 - 16\\
-8x &= -12\\
x &= \frac{-12}{-8}\\
x &= \frac{12}{8}\\
x &= \frac{3 \times 4}{2 \times 4}\\
x &= \frac{3}{2}\\
x &= 1,5
\end{aligned}$$

L'équation $-8x + 16 = 4$ a pour unique solution le nombre 1,5.

4.b. Comme $-8x + 16$ est une modélisation sous forme d'expression littérale du programme de calcul,

en prenant 1,5 comme nombre de départ on obtient 4 à la fin.

5. La fonction $f(x) = -8x + 16$ est une fonction affine, sa représentation est une droite.
On sait qu'une fonction affine est caractérisée par deux coefficients, a et b, le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine. Ici $a = -8$ et $b = 16$.
L'ordonnée à l'origine, par définition, est l'ordonnée du point d'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées.
On constate que seuls les **Graphiques 1** et **Graphique 3** montrent une droite dont le point d'intersection avec l'axe des ordonnées convient.

On sait aussi que le coefficient directeur $a = -8$, indique la manière dont « monte »ou « descend »la droite. En particulier, quand le coefficient directeur est négatif, la droite « descend ».

Il ne peut donc s'agir que du **Graphique 3**.

Alternative n° 1 *En calculant et lisant des images*

Pour différencier ces trois droites, on peut déterminer un nombre dont l'image est différent sur chaque graphique.
L'abscisse 0,5 est un bon candidat.
Le **Graphique 1** passe par le point de coordonnées $(0,5; y)$ où $y > 18$.
Le **Graphique 2** passe par le point de coordonnées $(0,5; 4)$.
Le **Graphique 3** passe par le point de coordonnées $(0,5; 12)$.

Or $f(0,5) = -8 \times 0,5 + 16 = -4 + 16 = 12$.

Le **Graphique 3** est le seul à correspondre.

Exercice n° 4 — Le terrain et les semences de blé, seigle et pois *21 points*

Théorème de Pythagore — Théorème de Thalès — Aire — Ratio — Proportionnalité

Un exercice qui mélange les grands classiques de la géométrie, Pythagore et Thalès avec des ratios. Un rare exercice qui utilise un ratio à trois nombres.

1. Dans le triangle ABC rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BA^2 + BC^2 = AC^2$$

$$600^2 + 450^2 = AC^2$$

$$360\,000 + 202\,500 = BC^2$$

$$BC^2 = 562\,500$$

$$BC = \sqrt{562\,500}$$

$$BC = 750$$

Le segment [AC] mesure en effet 750 m.

2.a. Les droites (ED) et (AB) sont l'une et l'autre perpendiculaires à la droite (BC).
Or on sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

Par conséquent les droites (ED) et (AB) sont parallèles.

2.b. Les droites (AE) et (BD) sont sécantes en C.
Les droites (ED) et (AB) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{CE}{CA} = \frac{CD}{CB} = \frac{ED}{AB}$$

$$\frac{CE}{750\,\text{m}} = \frac{270\,\text{m}}{450\,\text{m}} = \frac{ED}{600\,\text{m}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$ED = \frac{600\,\text{m} \times 270\,\text{m}}{450\,\text{m}} \quad \text{d'où} \quad ED = \frac{162\,000\,\text{m}^2}{450\,\text{m}} \quad \text{et} \quad ED = 360\,\text{m}$$

Le segment [ED] mesure bien 360 m.

3. Pour calculer l'aire du triangle CDE il faut calculer : Aire $= \dfrac{DE \times DC}{2} = \dfrac{360\,\text{m} \times 270\,\text{m}}{2} = \dfrac{97\,200\,\text{m}^2}{2} = 48\,600\,\text{m}^2$.

L'aire du triangle CDE mesure bien $48\,600\,\text{m}^2$.

Partie B

1. Dire que la quantité de Blé, de Seigle et de Pois sont dans un ratio 16 : 12 : 8 signifie que la masse de chacun des éléments est proportionnelle aux nombrees 16, 12 et 8.
On peut représenter ces informations dans un tableau :

	Blé	**Seigle**	**Pois**
Ratio	16	12	8
Masse	80 kg	60 kg	50 kg

On constate que, comme $80 \div 5 = 16$, $16 \times 5 = 80$ et que $12 \times 5 = 60$.
En revanche, $8 \times 5 = 40 \neq 50$.
Ces grandeurs ne sont donc pas proportionnelles.

Les proportions de Blé, Seigle et Pois ne sont pas dans un ratio 16 : 12 : 8.

Alternative *Usage des produits en croix*

On a $16 \times 60 = 960$ et $80 \times 12 = 960$.
On a en revanche $16 \times 50 = 800$ et $80 \times 8 = 640$ ou encore $12 \times 50 = 600$ et $60 \times 8 = 480$.
Les grandeurs ne sont pas proportionnelles.

2. La quantité de Blé est proportionnelles à la surface.
Il faut 80 kg de Blé pour $10\,000\,\text{m}^2$.
On peut représenter ces informations dans un tableau :

Masse	80 kg	$\dfrac{80\,\text{kg}\times 48\,600\,\text{m}^2}{10\,000\,\text{m}^2} = 388{,}8\,\text{kg}$
Surface	$10\,000\,\text{m}^2$	$48\,600\,\text{m}^2$

$\boxed{\text{La masse de Blé pour } 48\,600\,\text{m}^2 \text{ est de } 388{,}8\text{ kg.}}$

3. Le budget à prévoir est de $388,8\times 1,40$ € $+291,6\times 1,30$ € $+243\times 2,10$ € $=544,32$ € $+379,80$ € $+510,30$ € $=1\,433,70$ €

$\boxed{\text{Son budget de 1500 € est bien suffisant pour faire ses semences.}}$

Exercice n° 5 — Le digicode

19 points

Scratch — Probabilités

*Un exercice assez original qui mélange Scratch et probabilités. La question **5.b.** est ouverte, ce qui est rare en mathématique !*

1. $\boxed{\text{Un code possible est } \textbf{A0}, \textbf{B8} \text{ ou encore } \textbf{C5}.}$

2. La fait de choisir une lettre est une **expérience aléatoire à une épreuve** constituée de 3 issues équiprobables.
Il y a un seul C parmi les lettres possibles.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est de } \dfrac{1}{3} \approx 0,33 \text{ ou } 33\,\%.}$

3. La fait de choisir une chiffre est une **expérience aléatoire à une épreuve** constituée de 10 issues équiprobables, les nombres de 0 à 9.
Il n'y a qu'un seul 7 dans la liste.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est de } \dfrac{1}{10} = 0,1 = 10\,\%.}$

4. La fait de choisir une chiffre est une **expérience aléatoire à une épreuve** constituée de 10 issues équiprobables, les nombres de 0 à 9.
Les nombres 2, 3, 5 et 7 sont premiers, il y en a 4.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est de } \dfrac{4}{10} = 0,4 = 40\,\%.}$

5.a. On peut représenter tous les codes dans un tableau à double entrée.

Chiffres / Lettres	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	A0	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9
B	B0	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9
C	C0	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9

Il y a donc 30 codes possibles.
S'il faut 5 secondes par code, comme $30\times 5 = 150$, il faut $150\ s = 2\times 60\ s + 30\ s$.

$\boxed{\text{On peut tester tous les codes en 2 min 30 s, moins de de 3 min.}}$

5.b. $\boxed{\text{Non, ce code n'est pas sûr. On peut rentrer en moins de 3 min.}}$

Il y a beaucoup de possibilités d'amélioration :

— Ajouter des lettres ;

— Accepter deux lettres ou plusieurs chiffres ;

— Ma méthode préférée : ajouter un temps d'attente après chaque erreur, par exemple 1 s, puis double ce temps d'attente à chaque nouvelle erreur. Comme $2^{10} = 1024$ il faudra déjà 1024 s=17 min 4 s pour 10 erreurs.

6.a. $\boxed{\text{En saisissant } \textbf{B5}\text{, qui n'est pas le bon code, le script affiche } \textbf{Code faux} \text{ pendant 2 s.}}$

6.b. $\boxed{\text{Le code } \textbf{B7} \text{ permet de rentrer dans l'immeuble.}}$