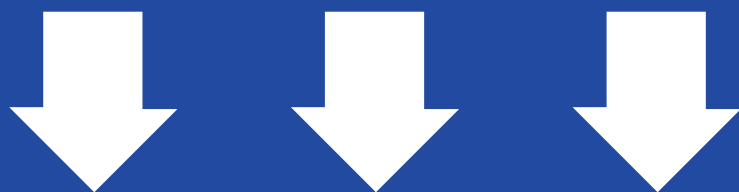


www.freemaths.fr

BREVET, DNB CORRIGÉ

Mathématiques



MÉTROPOLE 2024

BREVET — 2024 — FRANCE — SÉRIE GÉNÉRALE

CORRECTION



EXERCICE n° 1 — La roulette du casino

20 points

Expérience aléatoire à une épreuve

Un exercice assez simple montrant une expérience aléatoire à une épreuve.

1. La roulette est constituée de tous les nombres entiers entre 0 et 36. Il y a donc 37 numéros sur cette roulette.

On compte bien à partir de 1. Quand on commence à 0 il faut penser à décaler d'un rang.

Ainsi, entre 0 et 2, il y a trois nombres entiers, 0, 1 et 2.

Il s'agit donc d'une expérience aléatoire à une épreuve constituée de 37 issues équiprobables.

Il n'y a qu'un seul numéro 7.

La probabilité cherchée est de $\frac{1}{37}$.

2. En observant les cases noires, il y a 18 cases noires portant les numéros : 15 — 4 — 2 — 17 — 6 — 13 — 11 — 8 — 10 — 24 — 33 — 20 — 31 — 22 — 29 — 28 — 35 — 26.

Sur ces 18 numéros, 4 — 2 — 6 — 8 — 10 — 24 — 20 — 22 — 28 — 26 sont pairs, 10 numéros.

La probabilité cherchée est de $\frac{10}{37} \approx 0,27$ soit environ 27 %.

3.a. Il y a 7 numéros inférieurs ou égaux à 6 : 0 — 1 — 2 — 3 — 4 — 5 — 6.

La probabilité cherchée est de $\frac{7}{37} \approx 0,19$ soit environ 19 %.

3.b. Il y a deux manières de raisonner :

Liste exhaustive des issues

Comme il y a 37 issues équiprobables et 7 sont inférieures ou égales à 6. Il y a ainsi 30 issues supérieures strictement à 6, c'est à dire 30 issues supérieures ou égales à 7.

La probabilité cherchée est donc de $\frac{30}{37} \approx 0,81$ soit 81 %.

Par l'événement contraire

Le contraire de l'événement « S'arrêter sur un numéro inférieur ou égal à 6 » est l'événement « S'arrêter sur un numéro supérieur ou égal à 7 ».

Ainsi la probabilité de l'événement cherché est $1 - \frac{7}{37} = \frac{37}{37} - \frac{7}{37} = \frac{30}{37}$.

Qu'importe la méthode choisie, la probabilité cherchée est de $\frac{30}{37} \approx 0,81$ soit environ 81 %.

3.c. Il faut comparer les fractions $\frac{3}{4}$ et $\frac{30}{37}$.

Méthode approchée

À la calculatrice, $\frac{3}{4} = 0,75$ soit 75 % et $\frac{30}{37} \approx 0,81$ soit environ 81 %.

Méthode par le calcul fractionnaire

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 37}{4 \times 37} = \frac{111}{148} \text{ et } \frac{30}{37} = \frac{30 \times 4}{37 \times 4} = \frac{120}{148}.$$

Il est vrai qu'il a plus de 3 chances sur 4 d'obtenir un numéro supérieur ou égal à 7. Il a raison.



EXERCICE n° 2 — Deux programmes de calcul

20 points

Programme de calcul — Développer — Expression littérale

Encore un exercice sans grande difficulté, à part la dernière question.

1.a. En partant du nombre de départ 5 avec le **Programme A**, on obtient successivement :

$$5 - 5^2 = 25 - 25 \times 2 = 50 - 50 + 2 \times 5 = 50 + 10 = 60 - 60 - 4 = 56.$$

En partant de 5 avec le **Programme A**, on obtient bien 56.

1.b. En partant du nombre -9 avec le **Programme B**, on obtient successivement :

$$-9 - \text{D'une part } -9 + 2 = -7 \text{ et d'autre part } -9 - 1 = -10 - (-7) \times (-10) = 70.$$

En partant de -9 avec le **Programme B**, on obtient 70.

2.a. Avec le **Programme B**, en partant du nombre générique x , on obtient successivement :

$$x - \text{D'une part } x + 2 \text{ et d'autre part } x - 1 - (x + 2) \times (x - 1).$$

L'expression cherchée est $E_2 = (x + 2) \times (x - 1)$.

3. On peut tester cette conjecture sur un exemple :

En partant de 7 avec le **Programme A** on obtient :

$$7 - 7^2 = 49 - 2 \times 49 = 98 - 98 + 2 \times 7 = 98 + 14 = 112 - 112 - 4 = 108.$$

En partant de 7 avec le **Programme B** on obtient :

$$7 - 7 + 2 = 9 \text{ d'une part et } 7 - 1 = 6 \text{ d'autre part } - 9 \times 6 = 54.$$

Comme $2 \times 54 = 108$ cela confirme la conjecture.

Démontrons ce résultat pour tout nombre générique x :

$$\text{Avec le } \mathbf{Programme A}, \text{ on obtient } x - x^2 - 2x^2 - 2x^2 + 2x - 2x^2 + 2x - 4$$

$$\text{Avec le } \mathbf{Programme B}, \text{ on obtient } x - x + 2 \text{ d'une part et } x - 1 \text{ d'autre part } - (x + 2)(x - 1).$$

La première expression est développée réduite. Développons la seconde :

$$(x + 2)(x - 1) = x^2 - x + 2x - 2 = x^2 + x - 2$$

Or, $2(x^2 + x - 2) = 2x^2 + 2x - 4$, le résultat du **Programme A** est toujours le double du résultat du **Programme B**.



EXERCICE n° 3 — Un triangle rectangle dans un cercle

22 points

Théorème de Pythagore — Théorème de Thalès — Aire du triangle rectangle et du disque

Encore, un exercice sans difficulté majeure !

1. $\mathcal{C}$ étant un cercle de rayon 4,5 cm, son diamètre [AB] mesure $2 \times 4,5 \text{ cm} = 9 \text{ cm}$.

2. Comme BA est le plus long côté du triangle BAD, comparons $DB^2 + DA^2$ et BA^2 :

$DB^2 + DA^2$	BA^2
$5,4^2 + 7,2^2$	9^2
$29,16 + 51,84$	
81	81

Comme $DB^2 + DA^2 = BA^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle BAD est rectangle en D .

3. Dans le triangle BAD, les droites (BD) et (EF) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{AF}{AD} = \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BD}$$
$$\frac{AF}{7,2 \text{ cm}} = \frac{2,7 \text{ cm}}{9 \text{ cm}} = \frac{EF}{5,4 \text{ cm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$AF = \frac{7,2 \text{ cm} \times 2,7 \text{ cm}}{9 \text{ cm}} \text{ d'où } AF = \frac{19,44 \text{ cm}^2}{9 \text{ cm}} \text{ et } AF = 2,16 \text{ cm}$$

Ainsi $AF = 2,16 \text{ cm}$

4.a. L'aire d'un triangle rectangle est égale à la moitié du rectangle que l'on pourrait construire sur les côtés de l'angle droit.

Ainsi, $Aire_{ABD} = \frac{DB \times DA}{2} = \frac{5,4 \text{ cm} \times 7,2 \text{ cm}}{2} = \frac{38,88 \text{ cm}^2}{2} = 19,44 \text{ cm}^2$

4.b. C'est un disque de rayon 4,5 cm. L'aire d'un disque se calcule avec la formule $\pi \times R^2$ où R est la mesure du rayon.

L'aire du disque $Aire_{Disque} = \pi \times 4,5 \text{ cm} \times 4,5 \text{ cm} = 20,25\pi \text{ cm}^2 \approx 63,62 \text{ cm}^2$.

5. Il faut calculer le quotient $\frac{Aire_{ABD}}{Aire_{Disque}} = \frac{19,44 \text{ cm}^2}{63,62 \text{ cm}^2} \approx 0,31$ soit 31 %.

L'aire du triangle rectangle représente 31 % de l'aire du disque.



EXERCICE n° 4 — Un QCM à six questions sans justification

18 points

Image — Cube d'un nombre — Translation — Lecture graphique — Médiane — Cosinus

Pas de difficulté majeure dans cet exercice.

1. $f(-4) = 3 \times (-4) - 2 = -12 - 2 = -14$. 1. — Réponse A

2. $-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$. 2. — Réponse A

3. 3. — Réponse B

4. On constate que le point de coordonnées (0; 3) est sur la courbe représentative. 4. — Réponse C

5. C'est une médiane d'une série statistique à 7 termes, comme $7 = 3 + 1 + 3$, il faut repérer le quatrième terme dans l'ordre croissant.
 $1,46 < 1,6 < 1,65 < 1,67 < 1,7 < 1,72 < 1,75$

5. — Réponse B

6. Dans le triangle ABC rectangle en A, le côté [BC] est l'hypoténuse, le côté [AC] est le côté opposé à l'angle α et le côté [AB] est le côté adjacent à l'angle α .

On sait que le cosinus est le quotient du côté adjacent par l'hypoténuse donc $\cos \alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5} = 0,8$.

6. — Réponse A



EXERCICE n° 5 — La piscine

20 points

Arithmétique — Diviseurs — Volume du pavé droit

Un exercice particulièrement difficile qui insiste sur le sens de la résolution d'une équation. Les aspects techniques sont complexes sur la fin.

Partie A

1. Divisons 330 et 132 par 15.
 $330 = 15 \times 22$ et $132 = 15 \times 8 + 12$. Il y a un reste quand on divise 132 par 15, donc on ne peut pas faire 15 sachets.

Il n'est pas possible de faire 15 sachets, sinon il resterait 12 drapeaux.

2.a.

330		2
165		3
55		5
11		11
1		

132		2
66		2
33		3
11		11
1		

$330 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$

$132 = 2 \times 2 \times 3 \times 11$

2.b. Il faut déterminer le plus grand diviseur commun à ces deux nombres.
La décomposition en produit de facteurs premiers de ce nombre est constitué des nombres premiers en commun dans les deux décompositions.
Il s'agit donc de $2 \times 3 \times 11 = 66$.

La présidente pourra réaliser au maximum 66 sachets.

2.c. $330 = 66 \times 5$ et $132 = 66 \times 2$. Elle pourra faire 66 sachets contenant chacun 5 autocollants et 2 drapeaux.

Partie B

Il faut calculer le volume du pavé droit : $\text{Volume}_{\text{Pavé}} = 15 \text{ m} \times 25 \text{ m} \times 2 \text{ m} = 750 \text{ m}^3$.

La piscine est remplie au $\frac{9}{10}$, donc $\frac{9}{10} \times 750 \text{ m}^3 = 9 \times 75 \text{ m}^3 = 675 \text{ m}^3$.

Il faut utiliser 675 m^3 d'eau.
Comme $675 \times 4,14 \text{ €} = 2794,50 \text{ €}$, le coût du remplissage de la piscine est de 2794,50 euro .