www.freemaths.fr

# BREVET, DNB
# CORRIGÉ

## Mathématiques

## POLYNÉSIE
## 2023

# Brevet — 2023 — Polynésie française — Série générale

Correction

*Un très bon sujet de préparation au brevet. Très complet. Le QCM est parfait pour revoir les fonctions affines, les images. Le deuxième exercices est complet, avec beaucoup de texte, et les classiques de géométrie. Le troisième propose deux expériences aléatoires à une épreuve et une expérience aléatoire à deux épreuve. Ensuite un très bon Scratch. Et enfin un dernier qui mélange périmètre complexe, vitesse et arithmétique. Un excellent sujet !*

## Exercice n° 1 — QCM

*16 points*

**Fonctions affines — Lecture graphique — Image — Tableur — Développement**

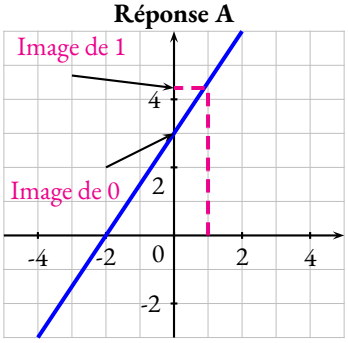
*Un exercice intéressant pour les fonctions affines et la lecture graphique.*

**Question n° 1**
On reconnaît la forme de la fonction $f(x) = -2x + 3$, elle est affine de coefficients $a = -2$ et $b = 3$.
Sa représentation graphique est donc une droite.
Les trois représentations graphiques sont des droites !

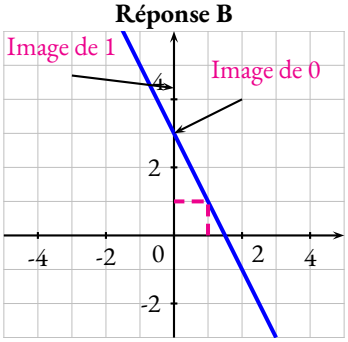
Il y a plusieurs méthodes pour répondre :

On peut calculer quelques images et vérifier sur le graphique. Par exemple, $f(0) = -2 \times 0 + 3 = 3$. On constate que le points de coordonnées $(0;3)$ appartient aux représentations graphiques des **Réponse A** et **Réponse B**. On peut éliminer la **Réponse C**.
Calculons l'image de 1 : $f(1) = -2 \times 1 + 3 = -2 + 3 = 1$. Le point $(1;1)$ n'appartient que la **Réponse B**.

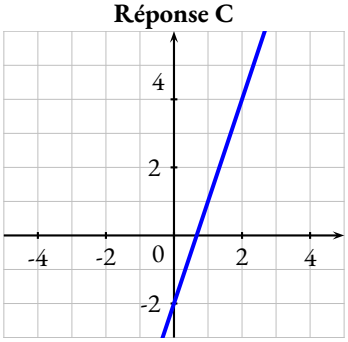
**Réponse A**




**Réponse B**




**Réponse C**




On pouvait aussi interpréter les coefficients. Comme $a = -2$, la droite qui représente $f$ est « penchée dans l'autre sens, elle descend... ».
On pense alors à **Réponse B**.

Dans tous les cas, Question n° 1 : Réponse B .

**Question n° 2** Le point C répond à la question. Son abscisse est 1 et son ordonnée est 2.

Question n° 2 : Réponse A

**Question n° 3** Question n° 3 : Réponse C ... c'est la seule formule contenant une référence à une cellule !

**Question n° 4** Développons $A = (3x - 7)^2$.
$A = (3x - 7)(3x - 7)$
$A = 9x^2 - 21x - 21x + 49$
$A = 9x^2 - 42x + 49$.

Question n° 4 : Réponse B

*Aucune connaissance des identités remarquables n'était nécessaire ici. On pouvait bien sûr utiliser cette méthode !*

## Exercice n° 2 — Les panneaux photovoltaïques

*22 points*

*Un bel exercice de géométrie. Beaucoup de texte dans cet exercice. Cela peut poser des difficultés.*

**1.a.**
Dans le triangle HPS rectangle en P,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\begin{aligned} PH^2 + PS^2 &= HS^2 \\ 90^2 + 140^2 &= HS^2 \\ 8100 + 19\,600 &= HS^2 \\ HS^2 &= 27\,700 \\ HS &= \sqrt{27\,700} \\ HS &\approx 166{,}43 \end{aligned}$$

HS mesure bien environ 166,4 cm au millimètre près.

**1.b.** Il faut calculer 95 % de 1700 mm soit $\frac{95}{100} \times 1700\,\text{mm} = 0{,}95 \times 1700\,\text{mm} = 1615\,\text{mm}$.
Comme 1615 mm=161,5 cm et que $166{,}4\,\text{cm} > 161{,}5\,\text{cm}$,

Le support est conforme au conseil du fabricant.

**2.** Dans le triangle PHS, rectangle en P, on connaît le côté adjacent à l'angle $\widehat{HSP}$, le côté [PS], et le côté opposé, [PH].
On peut donc calculer la tangente de cet angle.
$\tan\widehat{HSP} = \frac{90\,\text{cm}}{140\,\text{cm}} = \frac{90}{140} = \frac{9}{14}$.

À la calculatrice, on arrive à $\widehat{HSP} \approx 33°$ au degré près.

Comme $30° < 33° < 35°$, ce support permet un usage optimal des panneaux.

**3.** On constate que les droites (UT) et (HP) sont perpendiculaires à la droite (PS).
Or on sait que si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.
Ainsi (UT)//(HP).
Les droites (UH) et (PT) sont sécantes en S, les droites (UT) et (HP) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{ST}{SP} = \frac{SU}{SH} = \frac{TU}{PH}$$

$$\frac{ST}{140\,\text{cm}} = \frac{SU}{SH} = \frac{50\,\text{cm}}{90\,\text{cm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$ST = \frac{50\,\text{cm} \times 140\,\text{cm}}{90\,\text{cm}}$ d'où $ST = \frac{7000\,\text{cm}^2}{90\,\text{cm}}$ et $ST \approx 77{,}78\,\text{cm}$

La barre de renfort mesure 77,8 cm au millimètre près.

**4.** Il faut 3 barres latérales de 4 m, il faut pour cela 3 tubes en acier inoxydable de 4,5 m.
Il faut ensuite trois longueurs de 140 cm, trois longueurs de 90 cm et trois longueurs d'environ 166,4 cm.
Reste à trouver la meilleure combinaison qui permet d'éviter les pertes.
On peut calculer la longueur totale nécessaire : $3(140\,\text{cm} + 90\,\text{cm} + 166{,}4\,\text{cm}) = 3 \times 396{,}4\,\text{cm} = 1189{,}2\,\text{cm} = 11{,}892\,\text{m}$.
Comme les tubes mesures 4,5 m, on obtient $11{,}892\,\text{m} \div 4{,}5\,\text{m} \approx 2{,}6$.
Il faudra au minimum, 3 barres en acier inoxydable pour les triangles et le renfort.
Il faut quand même vérifier que cette découpe est possible.
Comme $140\,\text{cm} + 166{,}4\,\text{cm} + 90\,\text{cm} = 396{,}4\,\text{cm} = 3{,}964\,\text{cm}$, on peut utiliser 3 barres pour les périmètres du triangle.

Il faut donc 3 tubes pour les barres laterales et 3 tubes pour les triangles, soit 6 tubes.

Il faut dépenser au minimu $6 \times 37$ € $= 222$ €.

## Exercice n° 3 — Deux jeux

*18 points*

**Probabilités — Expérience à une épreuve — Expérience à deux épreuves**

*Un exercice très complet de probabilités qui combinent expérience aléatoire à une épreuve et à deux épreuves.*

**Partie A**

**1.** Nous sommes dans une expérience aléatoire à une épreuve constituée de 5 issues équiprobables.

Il y a 2 boules portant la lettre G sur les 5, $\boxed{\text{la probabilité de gagner est bien } \frac{2}{5}}$.

**2.** Nous sommes dans une expérience aléaoire à une épreuve constituée de 6 issues équiprobables.
Les secteurs 2, 3 et 5 portent des numéros qui sont des nombres premiers. Attention, 1 n'est pas premier, il n'a qu'un seul diviseur, lui-même !

$\boxed{\text{La probabilité de gagner est de } \frac{3}{6} = 0,5 = 50\ \%.}$

**3.a.** Il faut comparer $\frac{2}{5}$ et $\frac{3}{6}$.

On peut utiliser les valeurs décimales, $\frac{2}{5} = 0,4 = 40\ \%$ et $\frac{3}{6} = 0,5 = 50\ \%$.

On peut aussi les écrire avec le même dénominateur : $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 6}{2 \times 6} = \frac{12}{30}$ et $\frac{3}{6} = \frac{3 \times 5}{6 \times 5} = \frac{15}{30}$.

Finalement, $\boxed{\text{c'est le } \textbf{Jeu n° 1} \text{ qui a la plus faible probabilité.}}$

**3.b.** Il faut que le nombre de boules dans le sac soit un multiple de 4. Il faut par exemple ajouter 3 boules pour en obtenir 8.
Si on place 3 boules qui ne sont pas des lettres G, alors il y aura 2 chance sur 8 soit une chance sur 4 de gagner.
On peut aussi ajouter 7 boules, dont un G afin d'avoir 3 chances sur 12. Etc...

$\boxed{\text{On peut ajouter 3 boules portant par exemple la lettre N.}}$

**Partie B**

Nous sommes cette fois-ci dans une expérience aléatoire à deux épreuves. Nous pouvons représenter toutes les issues dans un tableau à double entrées.

| **Jeu n° 1** / **Jeu n° 2** | P | P | N | G | G |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | P — 1 | P — 1 | N — 1 | G — 1 | G — 1 |
| 2 | P — 2 | P — 2 | N — 2 | G — 2 | G — 2 |
| 3 | P — 3 | P — 3 | N — 3 | G — 3 | G — 3 |
| 4 | P — 4 | P — 4 | N — 4 | G — 4 | G — 4 |
| 5 | P — 5 | P — 5 | N — 5 | G — 5 | G — 5 |
| 6 | P — 6 | P — 6 | N — 6 | G — 6 | G — 6 |

Il y a $6 \times 5 = 30$ issues équiprobables possibles, dont 6 gagnantes.

$\boxed{\text{La probabilité de gagner à cette combinaison des deux jeux est } \frac{6}{30} = \frac{1}{5} = 0,2 = 20\ \%.}$

## Exercice n° 4 — Un programme de calcul avec Scratch

*22 points*

**Scratch**

*Un Scratch programme de calcul assez intéressant avec un lien avec le calcul littéral.*

**1.a.** Si le nombre choisi au départ est 4, on obtient successivement :

— $4$
— $4^2 = 16$
— $2 \times 16 = 32$
— $32 + 4 = 36$
— $36 - 66 = -30$

En prenant 4 au départ, on obtient bien -30.

**1.b.** Si le nombre choisi au départ est -3, on obtient successivement :

— $-3$
— $(-3)^2 = 9$ Attention au carré d'un nombre négatif !
— $2 \times 9 = 18$
— $18 + (-3) = 15$
— $15 - 66 = -51$

En prenant -3 au départ, on obtient bien -51.

**2.a.** Il suffit de suivre le programme de calcul dans l'ordre où il est écrit.

A contient Nombre choisi et B contient 2.

**2.b.** Ce script teste 20 fois le programme, avec des nombres de départ de 0 jusqu'à 10 de 0,5 en 0,5.
Quand le programme donne 0, alors le lutin écrit la phrase avec le nombre de départ.

5,5 est un nombre de départ pour lequel le programme donne 0.

**3.a.** Si le nombre choisi au départ est $x$, on obtient successivement :

— $x$
— $x^2$
— $2 \times x^2 = 2x^2$
— $2x^2 + x$
— $2x^2 + x - 66$

En prenant $x$ pour nombre générique au départ, on obtient l'expression $2x^2 + x - 66$.

**3.b.** *Même si cela n'est pas demandé, vérifions l'assertion de cette question.*
*Développons :*
$A = (2x - 11)(x + 6)$
$A = 2x^2 + 12x - 11x - 66$
$A = 2x^2 + x - 66$
*On constate que* $2x^2 + x - 66 = (2x - 11)(x + 6)$.
Reste à résoudre :

$$(2x - 11)(x + 6) = 0$$

**Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul**

$$\begin{aligned} 2x - 11 &= 0 \\ 2x - 11 + 11 &= 0 + 11 \\ 2x &= 11 \\ x &= \frac{11}{2} \\ x &= 5,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + 6 &= 0 \\ x + 6 - 6 &= 0 - 6 \\ x &= -6 \end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : $\boxed{5,5 \text{ et } 6}$

*On peut vérifier, même si cela n'est pas demandé !*

*Si le nombre choisi au départ est 5,5, on obtient successivement :*

- $5,5$
- $5,5^2 = 30,25$
- $2 \times 30,25 = 60,5$
- $60,5 + 5,5 = 66$
- $66 - 66 = 0$

*Si le nombre choisi au départ est -6, on obtient successivement :*

- $-6$
- $(-6)^2 = 36$
- $2 \times 36 = 72$
- $72 + (-6) = 66$
- $66 - 66 = 0$

*C'est le résultat attendu !*

## Exercice n° 5 — La piste de karting

*22 points*

**Statistiques — Volume de la boule — Pourcentages**

*J'aime beaucoup cet exercice qui mélange périmètre, vitesse et arithmétique. Il faut être malin pour calculer la longueur du circuit, mais un élève de sixième un peu expert y arriverait.*

**1.** Cette piste est constituée de :

- 6 segments : [CB], [AL], [KJ], [IH], [GF] et [ED]
  La somme des ces longueurs donnent $120\,\text{m} + 60\,\text{m} + 60\,\text{m} + 90\,\text{m} + 60\,\text{m} + 90\,\text{m} = 480\,\text{m}$
- 2 demi-cercles de rayon 60 m, $\overset{\frown}{DC}$ et $\overset{\frown}{IJ}$
  C'est l'équivalent d'un cercle de rayon 60 m.
  Son périmètre mesure $2\pi \times 60\,\text{m} = 120\pi\ \text{m} \approx 377\,\text{m}$.
- 4 quarts de cercle de rayon 30 m, $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{LK}$, $\overset{\frown}{HG}$ et $\overset{\frown}{EF}$
  C'est l'équivalent d'un cercle de rayon 30 m.
  Son périmètre mesure $2\pi \times 30\,\text{m} = 60\pi\ \text{m} \approx 188\,\text{m}$

La longueur du circuit vaut à l'unité près $480\,\text{m} + 377\,\text{m} + 188\,\text{m} = 1045\,\text{m}$

**2.** Le professionnel fait un tour en 60 s, un tour mesure 1045 m.

On peut effectuer $1045\,\text{m} \div 60\,\text{s} \approx 17{,}42\,\text{m/s}$ au centième près.

On peut aussi utiliser la proportionnalité de ces grandeurs dans un tableau :

| | | |
|---|---|---|
| Distance | 1045 m | $\dfrac{1\,\text{s} \times 1045\,\text{m}}{60\,\text{s}} \approx 17{,}42\,\text{m}$ |
| Temps | 60 s | 1 s |

Dans les deux cas, la vitesse moyenne du professionnel est de 17,42 m/s.

**3.** L'amateur met 72 s pour parcourir 1045 m.
On peut utiliser la proportionnalité de la distance et du temps.

| | | |
|---|---|---|
| Distance | 1045 m | $\dfrac{3600\,\text{s} \times 1045\,\text{m}}{72\,\text{s}} = 52\,250\,\text{m}$ |
| Temps | 72 s | 1 h=3600 s |

Comme 52 250 m=52,25 km, l'amateur va à la vitesse de 52,25 km/h, il respecte les consignes de sécurité.

**4.a.**

| | |
|---|---|
| 60 | 2 |
| 30 | 2 |
| 15 | 3 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

| | |
|---|---|
| 72 | 2 |
| 36 | 2 |
| 18 | 2 |
| 9 | 3 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$

$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

**4.b.** Pour se retouver en même temps sur la ligne de départ, il faut considérer le temps en seconde à chaque passage sur la ligne.
Ainsi, le professionnel passe sur la ligne au bout de 60 s, 120 s, 180 s… L'amateur au bout de 72 s, 144 s, 216 s…

On cherche donc le plus petit multiple commun aux nombres 60 et 72.

Comme $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ et que $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$, le plus petit multiple commun doit contenir tous les facteurs premiers de chacun de ces deux nombres.
On obtient $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 360$.
On constate que cette décomposition contient bien les deux 2, le 3 et le 5 de la décomposition de 60 et les trois 2 et les deux 3 de celle de 72.

Il se retrouveront sur la ligne au bout de 360 s=6 min.

**4.c.** On a $360 = 6 \times 60$ et $360 = 5 \times 72$.

Le professionnel aura fait 6 tours et l'amateur 5 tours quand ils retrouveront pour la première fois sur la ligne d'arrivée.

*Toutes les 360 s, le professionnel prendra un tour d'avance sur l'amateur.*
*On pouvait aussi effectuer* $72\,\text{s} - 60\,\text{s} = 12\,\text{s}$, *le temps d'avance pris par le professionnel à chaque tour.*
*Comme il met 60 s pouur faire un tour, et que* $60\,\text{s} \div 12\,\text{s} = 5$, *il faut 5 tours pour prendre un tour d'avance.*