BREVET, DNB
CORRIGÉ

Mathématiques

NOUVELLE CALÉDONIE
2023

BREVET — 2023 — NOUVELLE-CALÉDONIE — SÉRIE GÉNÉRALE
CORRECTION

Un sujet plutôt long, 6 exercices et très complet. Particulièrement utile pour les révisions

EXERCICE n° 1 — QCM à cinq questions

15 points

Probabilités — Fractions — Pourcentage — Parallélogramme — Homothétie — Médiane

Un QCM assez complet.

1. On sait qu'une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1.

$2,7 \times 10^{-7} = 0{,}000\,000\,27$ soit $\dfrac{27}{100000000}$, 27 « chances »sur cent millions.

$2,7 \times 10^{0} = 2,7$: ce n'est pas une probabilité car c'est supérieur à 1.

$2,7 \times 10^{7} = 27\,000\,000$: supérieur à 1.

Question 1 — Réponse A

2. $\dfrac{3}{5} - \dfrac{2}{5} \times \dfrac{7}{4} = \dfrac{3}{5} - \dfrac{2 \times 7}{5 \times 4} = \dfrac{3}{5} - \dfrac{14}{20} = \dfrac{3 \times 4}{5 \times 4} - \dfrac{14}{20} = \dfrac{12}{20} - \dfrac{14}{20} = -\dfrac{2}{20} = -\dfrac{1}{10}$

Question 2 — Réponse A

*Attention à la priorité opératoire, la multiplication est prioritaire et en cas d'oubli on arrive à la **Réponse C**.*

3. On peut présenter ces grandeurs dans un tableau. Le prix initial, la réduction et le prix réduit sont des grandeurs proportionnelles.

Prix	80 €	100 €
Réduction	20 €	$\dfrac{20\text{ €} \times 100\text{ €}}{80\text{ €}} = 25\text{ €}$
Nouveau prix	60 €	$\dfrac{60\text{ €} \times 100\text{ €}}{80\text{ €}} = 75\text{ €}$

Le pourcentage de réduction est donc de 25 %.

Question 3 — Réponse B

4. En utilisant le codage de la figure, on remarque que F est le milieu de [AB]. Cette homothétie transforme B en F. Ainsi le rapport de cette homothétie vaut 0,5. Elle réduit la taille de la figure.
Elle ne peut donc pas transformer G en D mais plutôt D en G.

Question 4 — Réponse C

5. Calculons cette médiane en triant ces nombres dans l'ordre croissant. Il y a 9 termes, donc la médiane est la cinquième valeur car $9 = 4 + 1 + 4$.

$$3\ ;\ 5\ ;\ 8\ ;\ 10\ ;\ \mathbf{11}\ ;\ 12\ ;\ 13\ ;\ 14\ ;\ 17$$

Question 5 — Réponse C

EXERCICE n° 2 — Paniers de légume

18 points

Arithmétique — Diviseurs — Multiples

Un exercice assez facile d'arithmétique, même si on cherche le plus petit diviseur commun de trois puis quatre nombre. Les nombres mis en jeu sont inférieurs à 100 ce qui simplifie la recherche.

1.a.

78	2
39	3
13	13
1	

51	3
17	17
1	

$\boxed{78 = 2 \times 3 \times 13}$ $\boxed{51 = 3 \times 17}$

1.b. On a $39 = 3 \times 13$, $78 = 2 \times 3 \times 13$ et $51 = 3 \times 17$.
On cherche un diviseur commun, le plus grand possible.

On constate que 3 est le plus grand diviseur commun. José pourra faire 3 paniers.

1.c. On a $39 = 3 \times 13$, $78 = 3 \times 26$ et 51 = 3ă × 17.

José pourra faire 3 paniers contenant chacun 13 salades, 26 carottes et 17 aubergines.

2.a. 13 est un diviseur commun à 39 et 78, c'est même le plus grand puisque $39 = 13 \times 3$ et que $78 = 13 \times 6$.
En divisant 51 par 13 on arrive à $51 = 13 \times 3 + 12$.

En faisant 13 paniers, il restera 12 aubergines.

2.b. Considérons les multiples de 13 : $13 \times 1 = 13$, $13 \times 2 = 26$, $13 \times 3 = 39$, $13 \times 4 = 52$.

José a 51 aubergines, il lui en manque 1 pour en avoir 52 qui est aussi un multiple de 13.

3. Il faut déterminer les multiples de 13 compris entre 110 et 125.

En divisant 110 par 13 on obtient : $110 = 13 \times 8 + 6$.
Le nombre $13 \times 9 = 117$ est un multiples de 13 qui convient. On remarque que $13 \times 10 = 130$ n'est pas dans l'intervalle choisi.

José doit cueillir 117 tomates au maximum pour ne pas avoir de perte.

Exercice n° 3 — L'isolation de la toiture *20 points*

Trigonométrie — Rectangle — Théorème de Pythagore — Aire — Volume du pavé — Densité

Un exercice de géométrie assez difficile. Il rappelle de mauvais souvenirs à certains d'entre nous, le toit avec des bottes de paille d'il y a bien longtemps. Il me semble que la question 4 demande une justification assez complexe. La fin est aussi compliqué pour nos élèves ordinaires de troisième.

1. D'après le codage, $CA = BE = 2{,}5\,\text{m}$. Or B, D et E sont alignés donc $\boxed{DE = BD - BE = 4{,}3\,\text{m} - 2{,}5\,\text{m} = 1{,}8\,\text{m}}$.

2. Dans le triangle DEF, rectangle en E, on connaît la mesure de l'angle $\widehat{EFD} = 30°$ et la mesure du côté opposé à l'angle $\widehat{EFD}$, $DE = 1{,}8\,\text{m}$. On cherche la mesure DF de l'hypoténuse. Nous allons donc utiliser le sinus de l'angle.

$$\sin 30° = \frac{DE}{DF} = \frac{1{,}8\,\text{m}}{DF} \text{ ainsi } \boxed{DF = \frac{1{,}8\,\text{m}}{\sin 30°} = 3{,}6\,\text{m}}$$

3. Il faut calculer l'aire du rectangle de longueur 12 m et de largeur 3,6 m qui modélise le toit.

$\text{Aire}_{Toit} = 12\,\text{m} \times 3{,}6\,\text{m} = 43{,}2\,\text{m}^2$

D'après le document, il faut un rouleau pour $6\,\text{m}^2$, comme $43{,}2\,\text{m}^2 \div 6\,\text{m}^2 = 7,2$, il faut 8 rouleaux de laine de roche.

4. Considérons le quadrilatère ABEC. Il possède deux angles droits, en A et en B.
On sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors ces droites sont parallèles entre elles.**
Par conséquent, (CA)//(EB).

Comme les côtés [CA] et [EB] du quadrilatère sont parallèles et de même longueur, et comme on sait que **si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors c'est un parallélogramme**, alors ABEC est un parallélogramme.

Enfin, ABEC est un parallélogramme ayant deux angles droit, et on sait que **si un parallélogramme a un angle droit alors c'est un rectangle**, on en conclut que ABEC est un rectangle.

Cela paraît un peu long, mais il me semble que rien n'indique que (CE)ă ⊥ (DE) *sans avoir prouvé au préablable que* ABEC *est un rectangle. On en sait même pas si* C, E *et* F *sont alignés.*

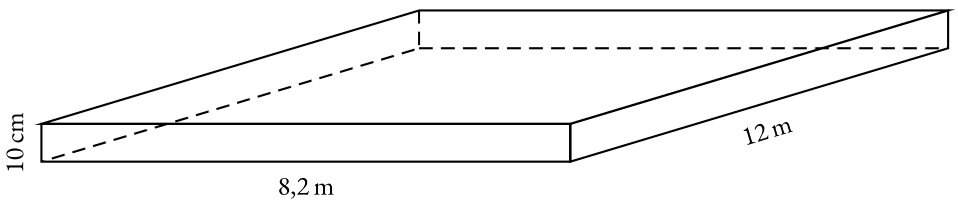
Dans le triangle DEC rectangle en E,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$ED^2 + EC^2 = CD^2$$
$$1{,}8^2 + 8^2 = CD^2$$
$$3{,}24 + 64 = CD^2$$
$$CD^2 = 67{,}24$$
$$CD = \sqrt{67{,}24}$$
$$CD = 8{,}2$$

La longueur CD = 8,2 m.

5. Il faut calculer l'aire du rectangle représentant le toit de la partie habitable : $textAire = 8{,}2\,\text{m} \times 12\,\text{m} = 98{,}4\,\text{m}^2$.

La ouate de cellulose est installée sur ce toit sur une épaisseur de 10 cm.
Elle forme ainsi un pavé droit qui ressemble vaguement à cela :



Le volume de ce pavé droit mesure Volume = $\text{Aire}_{\text{Toit}} \times 10\,\text{cm} = 98{,}4\,\text{m}^2 \times 10\,\text{cm} = 98{,}4\,\text{m}^2 \times 0{,}1\,\text{m} = 9{,}84\,\text{m}^3$.

La densité de la ouate de cellulose vaut $40\,\text{kg}/\text{m}^3$ ce qui signifie que $1\,\text{m}^3$ pèse 40 kg.

La masse de ouate de cellulose est donc de $9{,}84 \times 40\,\text{kg} = 393{,}60\,\text{kg}$

Exercice n° 4 — Les roches de la Ouaïème *13 points*

Théorème de Thalès — Vitesse

Un exercice assez simple qui mélange géométrie et vitesse.

1. On constate, d'après le codage, que les droites (PN) et VM sont perpendiculaires à la même droite (DM).
Or on sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

Ainsi les droites (PN) et (VM) sont parallèles.

2. Les droites (PV) et (NM) sont sécantes en D.
Les droites (PN) et (VM) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{DN}{DM} = \frac{DP}{DV} = \frac{NP}{MV}$$

$$\frac{DN}{DM} = \frac{3\,\text{km}}{3{,}8\,\text{km}} = \frac{NP}{0{,}741\,\text{km}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$\text{NP} = \dfrac{0{,}741\,\text{km} \times 3\,\text{km}}{3{,}8\,\text{km}}$ d'où $\text{NP} = \dfrac{2{,}223\,\text{km}^2}{3{,}8\,\text{km}}$ et $\text{NP} \approx 0{,}535\,\text{km}$

L'altitude où se situe le panneau P est 0,535 km=535 m.

3. Fabienne a mis 2 h pour parcourir 3 km. En 1 h, soit la moitié, il parcourt 1,5 km. La vitesse moyenne est de 1,5 km/h.

4. Fabienne marche ensuite 3,8 km-3 km=0,8 km à 1,2 km/h.

La distance étant proportionnelle au temps, nous avons :

Distance	1,2 km	0,8 km
Temps	1 h =60 min	$\dfrac{0{,}8\,\text{km} \times 60\ min}{1{,}2\,\text{km}} = 40\ min$

Elle a parcouru la première partie en 2 h et la seconde en 40 min, soit 2 h 40 min en tout, ce qui dépasse la durée théorique.

Exercice n° 5 — Des fonctions, des graphiques et des équations

20 points

Fonction affine — Image — Antécédent — Tableur — Représentation graphique — Équation carrée

Un exercice très complet sur les fonctions, les équations et la représentation graphique de fonction. Un équation carrée pour finir.

1.a. On sait que la représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

Clairement, la représentation graphique de la fonction f n'est pas une droite, ce n'est donc pas une fonction affine.

1.b.

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	-3	-2	-1	0	1	2
2	f(x)	0	3	-4	-3	0	5

1.c. La première formule, **=B1+3**, modélise une fonction dont l'expression est $x+3$. Il s'agit d'une fonction affine, puisqu'elle est de la forme $ax+b$. Par conséquent, cela ne peut pas être l'expression de la fonction f.

La dernière formule, **=SOMME(B1:G1)**, correspond à la somme $(-3)+(-2)+(-1)+0+1+2=-3$. Il s'agit d'une fonction affine constante, et ce n'est pas l'expression dde la fonction f.

Par élimination, la formule cherchée est **=(B1+3)*(B1-1)**

2.a. Calculons l'image de -2, $g(-2)=2\times(-2)+1=-4+1=-3$. L'image de -2 par la fonction g, $g(-2)$ est -3.

2.b. Calculons l'image de 3, $g(3)=2\times 3+1=6+1=7$. L'image de 3 par la fonction g, $g(3)$ est 7.

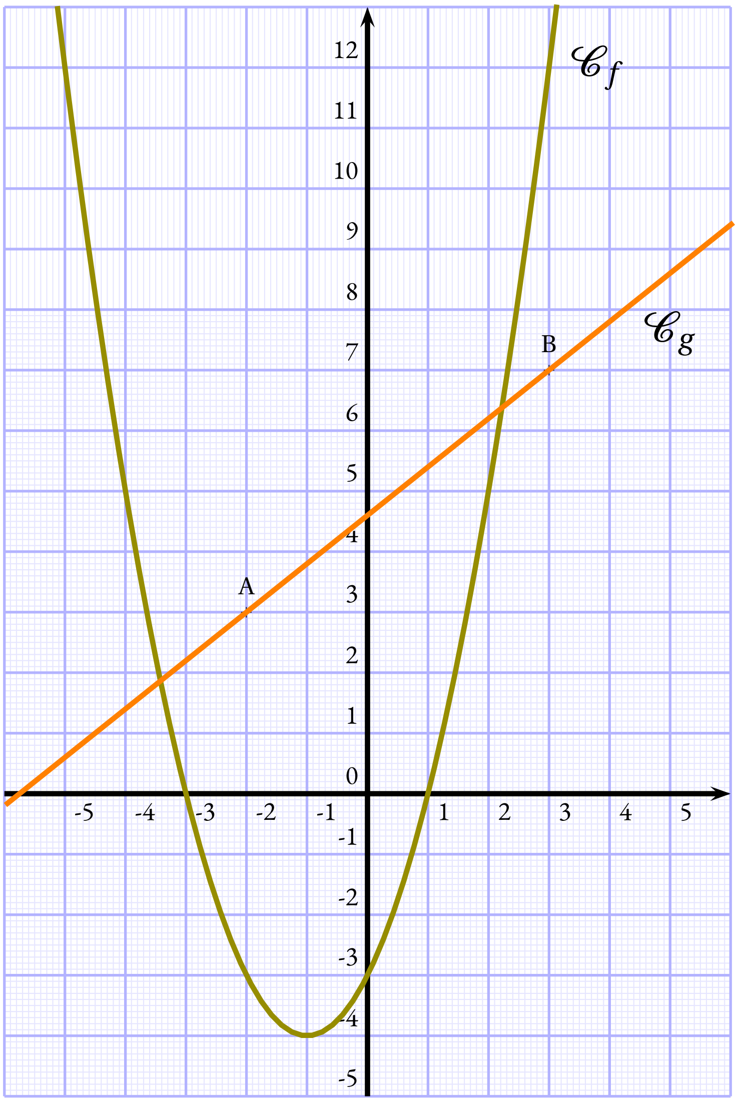
2.c. Déterminer l'antécédent de 2 par la fonction g est la solution de l'équation :

$$g(x) = 2$$
$$2x + 1 = 2$$
$$2x + 1 - 1 = 2 - 1$$
$$2x = 1$$
$$x = \frac{1}{2}$$
$$x = 0,5$$

On a bien $g(0,5) = 2 \times 0,5 + 1 = 1 + 1 = 2$, $\boxed{\text{l'antécédent de 2 par } g \text{ est } 0,5.}$

2.d. On sait que la représentation graphique d'une fonction affine est une droite. Pour tracer une droite, il suffit d'avoir placé deux points.
À l'aide des question **2.a.**, **2.b.** et **2.c.**, nous avons 3 points. En effet on sait que $g(-2) = -3$, $g(3) = 7$ et que $g(0,5) = 2$.
On peut par exemple placer les points A$(-2; -3$ qui correspond à $g(-2)$, B$(3; 7)$ qui correspond à $g(3)$.

$\boxed{\text{La représentation graphique de fonction } g \text{ est la droite (AB).}}$



3.a. Développons $f(x)$

$f(x) = (x + 3)(x - 1)$
$f(x) = x^2 - x + 3x - 3$

$\boxed{f(x) = x^2 + 2x - 3}$

3.b. Il faut résoudre l'équation suivante :

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ x^2+2x-3 &= 2x+1 \\ x^2+2x-3\color{red}{-2x} &= 2x+1\color{red}{-2x} \\ x^2-3 &= 1 \\ x^2-3\color{red}{+3} &= 1\color{red}{+3} \\ x^2 &= 4 \end{aligned}$$

On reconnaît une équation carrée, on sait que les solutions sont $\sqrt{4}=2$ et $-\sqrt{4}=-2$.

On peut aussi reprendre la démonstration vue en classe :

$$\begin{aligned} x^2 &= 4 \\ x^2\color{red}{-4} &= 4\color{red}{-4} \\ x^2-4 &= 0 \\ x^2-2^2 &= 0 \\ (x+2)(x-2) &= 0 \end{aligned}$$

$$(x+2)(x-2)=0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$\begin{aligned} x+2 &= 0 \\ x+2\color{red}{-2} &= 0\color{red}{-2} \\ x &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x-2 &= 0 \\ x-2\color{red}{+2} &= 0\color{red}{+2} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$\boxed{\text{Il y a deux solutions à l'équation } f(x)=g(x)\text{, les nombres 2 et -2.}}$

Exercice n° 6 — Hexagone régulier *16 points*

Hexagone régulier — Scratch

Un exercice d'algorithmique géométrique assez intéressant. Classique et assez simple.

1. Comme les points A, B et X sont alignés, l'angle $\widehat{ABX}$ est plat, il mesure 180°.

On a donc $\widehat{ABC}+\widehat{CBX}=180°$ ce qui signifie que $120°+\widehat{CBX}=180°$, d'où $\boxed{\widehat{CBX}=180°-120°=60°}$

Cela revient à dire que les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{CBX}$ sont complémentaires, leur somme vaut 180°.

1.b.

```
Définir Hexagone
Stylo en position d'écriture
Répéter 6 fois
    Avancer de Longueur
    Tourner de ↺ de 120 degrés
Relever le stylo
```

2.a. On remarque le code `Répéter 5 fois`.

Ce script trace 5 hexagones.

2.b. Au départ, `Mettre Longueur à 32`, le premier hexagone mesure 32 pixels.

2.c. La ligne, `Mettre Longueur à Longueur * 1.5`, indique qu'à chaque étape, la longueur de l'hexagone est multipliée par $1,5$.

Ainsi, La longueur du deuxième hexagone mesure 32 pixels $\times$ $1,5 = 48$ pixels

2.d. Le **Dessin n° 1** montre 5 hexagones de même taille. Or le script précédent multiplie la longueur de l'hexagone par $1,5$. Ce ne peut pas être le **Dessin n° 1**.

Le **Dessin n° 2** montre 5 hexagones ayant le même centre. Entre le tracé de chaque hexagone, il est nécessaire de lever le stylo et de déplacer le lutin avant de baisser le stylo pour tracer. Dans le script, on ne voit pas de commande du type `Avancer de ???`. Cela élimine ce dessin.

Le **Dessin n° 3** montre aussi 5 hexagones. Après le premier tracé, le second se fait à la suite sans déplacement stylo levé.

Ce script permet d'obtenir le **Dessin n° 3**.