BREVET, DNB
CORRIGÉ

Mathématiques

CENTRES ÉTRANGERS 1

2023

Brevet — 2023 — Centres étrangers — Série générale

Correction

U très bon sujet de révision. Il contient la plupart des thèmes au programme du brevet et quelques spécificités quelquefois oubliées, comme le ratio, les agrandissements, les probabilités à deux épreuves. Un sujet très efficace pour réviser.

Exercice n° 1 — QCM

18 points

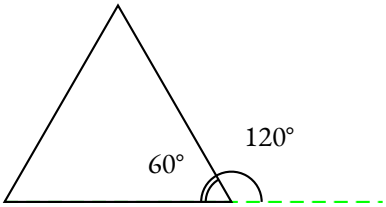
Scratch — Fractions — Écriture scientifique — Médiane

Un QCM original avec une longue partie concernant Scratch. La seconde partie numérique est assez difficile.

Partie A

1. 120°, **Réponse C**

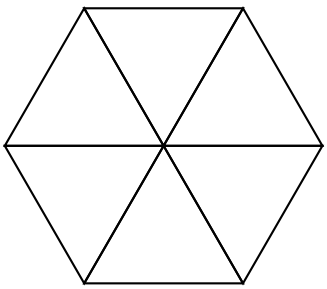
Attention, c'est un piège habituel avec Scratch. L'angle intérieur d'un triangle équilatéral est de 60°, mais l'angle pour tracer est de 120° comme le montre la figure suivante :



2. La **Réponse A** correspond à une rotation d'angle 90°.
La **Réponse B** correspond à une symétrie axiale verticale.
La **Réponse C** correspond bien à la rotation d'angle 60°.

Réponse C

3. On va obtenir six triangles équilatéraux ayant un sommet commun. **Réponse B**



Partie B

1. $A = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{7}{5}\right) \div \frac{4}{3}$

$A = \left(\frac{2}{3} - \frac{7}{15}\right) \div \frac{4}{3}$

$A = \left(\frac{2 \times 5}{3 \times 5} - \frac{7}{15}\right) \div \frac{4}{3}$

$A = \left(\frac{10}{15} - \frac{7}{15}\right) \div \frac{4}{3}$

$A = \frac{3}{15} \div \frac{4}{3}$

$A = \frac{3}{15} \times \frac{3}{4}$ **Réponse C**

$A = \frac{3 \times 3}{3 \times 5 \times 4}$

$A = \frac{3}{20}$

2. $302{,}4 \times 10^{18} = 3{,}024 \times 10^{2} \times 10^{18} = 3{,}024 \times 10^{20}$ **Réponse B**

3. Classons ces grandeurs dans l'ordre croissant : 8 g ; 10 g ; 11 g ; 12 g ; 12 g ; 13 g ; 15 g ; 18 g.
Il y a 8 valeurs. Comme $8 = 4 + 4$, la médiane est la moyenne entre la quatrième et la cinquième valeur.
La quatrième valeur est 12 g et la cinquième est 12 g. La médiane avant le changement est donc 12 g.

En modifiant la dernière valeur 18 g par 16 g, on ne change pas la médiane. **Réponse B**

Exercice n° 2 — La cabane de jardin et le toboggan *24 points*

Trigonométrie — Pythagore — Thalès — Volume

Un exercice assez complet, qui mélange trigonométrie, Thalès, Pythagore et volume. Utile pour les révisions.

Partie A

1. Dans le triangle FDE rectangle en D, on connaît le côté adjacent et le côté opposé à l'angle $\widehat{DEF}$. Nous allons calculer la tangente de cet angle.

$\tan \widehat{DEF} = \frac{DF}{DE}$

$\tan \widehat{DEF} = \frac{1{,}2\,\text{m}}{2{,}04\,\text{m}}$

À la calculatrice, on arrive à $\widehat{DEF} \approx 30°$ au degré près. Le toboggan est donc bien sécurisé.

2. Dans le triangle FDE rectangle en D,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$DF^2 + DE^2 = FE^2$$

$$1,2^2 + 2,04^2 = FE^2$$

$$1,44 + 4,1616 = FE^2$$

$$FE^2 = 5,6016$$

$$FE = \sqrt{5,6016}$$

$$FE \approx 2,367$$

EF mesure environ 2,37 m au centimètre près.

Partie B

1. Les droites (MN) et (AC) sont perpendiculaires à la droite (BC).
On sait que **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.**

Les droites (MN) et (AC) sont parallèles.

2. Les droites (MA) et (NC) sont sécantes en B, les droites (MN) et (AC) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{BN}{BC} = \frac{BM}{BA} = \frac{NM}{CA}$$

$$\frac{0{,}84\,m}{1{,}2\,m} = \frac{BM}{BA} = \frac{MN}{0{,}5\,m}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$MN = \dfrac{0{,}5\,m \times 0{,}84\,m}{1{,}2\,m}$ d'où $MN = \dfrac{0{,}42\,m^2}{1{,}2\,m}$ et $MN = 0{,}35\,m$

La barre de renfort MN mesure 0,35 m=35 cm

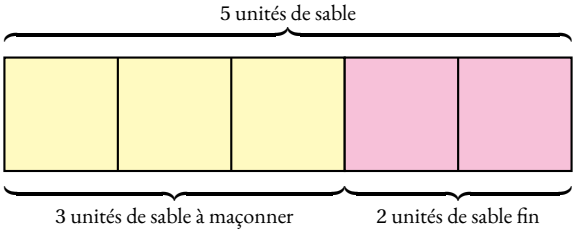
Partie C

1. Ce bac à sable est un pavé droit.

Son volume vaut $200\,cm \times 180\,cm \times 20\,cm = 720\,000\,cm^3$

2. Comme 1 m^3=1000 dm^3=1 000 000 cm^3, on confirme que 720 000 cm^3=0,72 m^3.

Dire que le bac à sable est rempli de sable à maçonner et de sable fin suivant le ratio 3:2 signifie que pour 3 unités de sable à maçonner il y a 2 unités de sable fin.
On peut shématiser cela ainsi :



Cela revient à dire que les grandeurs suivantes sont proportionnelles :

	Sable à maçonner	Sable fin	Total
Ratio	3	2	5
Volume	$\dfrac{3 \times 0{,}72\,m^3}{5} = \dfrac{2{,}16\,m^3}{5} = 0{,}432\,m^3$	$\dfrac{2 \times 0{,}72\,m^3}{5} = \dfrac{1{,}44\,m^3}{5} = 0{,}288\,m^3$	0,72 m^3

Cela revient à dire que le volume de sable à maçonner vaut $\dfrac{3}{5} \times 0{,}72\,m^3$ et que celui de sable fin vaut $\dfrac{2}{5} \times 0{,}72\,m^3$.

Il faut 0,432 m^3 de sable à maçonner et 0,288 m^3 de sable fin.

3. Un sac de sable à maçonner contient 0,022 m^3 de sable. Comme $0{,}432\,m^3 \div 0{,}022\,m^3 \approx 19{,}63$, il faut 20 sacs.

Un sac de sable fin contient 0,016 m^3 de sable. Comme $0{,}288\,m^3 \div 0{,}016\,m^3 = 18$, il faut 18 sacs.

Le coût pour le sable est donc $20 \times 2{,}95\,€ + 18 \times 5{,}95\,€ = 59\,€ + 107{,}10\,€ = 166{,}10\,€$.

Exercice n° 3 — Les deux programmes de calcul *15 points*

Programme de calcul — Tableur — Calcul littéral — Équation produit

Un grand classique : deux programmes de calcul, un tableur, du calcul littéral et une équation. Un exercice à avoir fait et refait en vue de la préparation au brevet.

1.

En prenant 6 avec le programme d'Amir on obtient :

$6-5=1$

$1\times 2=2$

En prenant 6 avec le programme de Sonia on obtient :
$6+3=9$
$9\times 6=54$
$54-16=38$

En prenant 6 au départ, Amir obtient bien 2 et Sonia 38.

2.a. Il faut saisir **=(B1-5)*2** dans la cellule **B2**.

2.b. On constate que pour le nombre de départ 2, Amir et Sonia obtiennent le même nombre -6.

3.a. Notons x le nombre de départ. Sonia obtient successivement :
$S=x+3$
$S=(x+3)\times x$
$S=(x+3)\times x-16$

Développons S
$S=(x+3)\times x-16$
$S=x^2+3x-16$

En prenant x comme nombre générique de départ, Sonia obtient bien l'expression $x^2+3x-16$.

3.b.

$$(x-2)(x+3)=0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$\begin{aligned} x-2&=0\\ x-2+2&=0+2\\ x2& \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x+3&=0\\ x+3-3&=0-3\\ x&=-3 \end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : 2 et -3

On retrouve la solution 2.
On peut vérifier pour -3 :

En prenant -3 avec le programme d'Amir on obtient :

$-3-5=-8$

$-8\times 2=-16$

En prenant -3 avec le programme de Sonia on obtient :
$-3+3=0$
$0\times 6=0$
$0-16=-16$

Les deux programmes donnent les mêmes résultats pour les nombres de départ 2 et -3.

Cette partie n'était pas demandée, nous la proposons par pure curiosité !

On peut justifier que c'est bien l'équation $(x-2)(x+3)=0$ *qui résoud la question posée.*
Pour x comme nombre de départ, le programme de Sonia correspond à l'expression $x^2+3x-16$.
Pour le programme d'Amir, l'expression est $(x-5)\times 2=2x-10$.

Il faut donc résoudre l'équation :

$$\begin{aligned}
2x-10 &= x^2+3x-16\\
2x-10-2x &= x^2+3x-16-2x\\
-10 &= x^2+x-16\\
-10+10 &= x^2+x-16+10\\
0 &= x^2+x-6\\
x^2+x-6 &= 0
\end{aligned}$$

Il faudrait maintenant factoriser l'expression x^2+x-6, ce qu'un élève de troisième ne sait pas faire ! On attendra la classe de première.
En revanche, on peut vérifier que $(x-2)(x+3)$ est bien la factorisation cherchée.
En développant on obtient : $(x-2)(x+3) = x^2+3x-2x-6 = x^2+x-6$.
C'est donc bien l'équation $(x-2)(x+3)=0$ qui résoud la question posée.

Exercice n° 4 — La tombola

22 points

Probabilités — Arithmétique

Une expérience aléatoire à deux épreuves et un peu d'arithmétique. Un exercice à avoir fait pour préparer le brevet.

Partie A

1. Comme les boules sont indiscernables au toucher, nous sommes dans cette question face à une expérience aléatoire à une épreuve pour laquelle il y a $3+4=7$ issues équiprobables.

1.a. Il y a 4 boules rouges sur 7 boules en tout. La probabilité cherchée est $\frac{4}{7} \approx 0,571 \approx 57,1\ \%$.

1.b. Il y a 3 boules portant un nombre pair : la boule noire n° 2 et les boules rouges n° 2 et n° 4.

La probabilité cherchée est $\frac{3}{7} \approx 0,429 \approx 42,9\ \%$.

2. Il s'agit maintenant d'une expérience aléatoire à deux épreuves. Représentons toutes les possibilités dans un tableau à double entrées.
On code N1, un boule Noire dont le numéro est 1. On code R3, une boule Rouge dont le numéro est 3.

Première boule / *Deuxième boule*	**R1**	**R2**	**R3**	**R4**	**N1**	**N2**	**N3**
R1	**R1**; *R1*	**R2**; *R1*	**R3**; *R1*	**R4**; *R1*	**N1**; *R1*	**N2**; *R1*	**N1**; *R1*
R2	**R1**; *R2*	**R2**; *R2*	**R3**; *R2*	**R4**; *R2*	**N1**; *R2*	**N2**; *R2*	**N1**; *R2*
R3	**R1**; *R3*	**R2**; *R3*	**R3**; *R3*	**R4**; *R3*	**N1**; *R3*	**N2**; *R3*	**N1**; *R3*
R4	**R1**; *R4*	**R2**; *R4*	**R3**; *R4*	**R4**; *R4*	**N1**; *R4*	**N2**; *R4*	**N1**; *R4*
N1	**R1**; *N1*	**R2**; *N1*	**R3**; *N1*	**R4**; *N1*	**N1**; *N1*	**N2**; *N1*	**N1**; *N1*
N2	**R1**; *N2*	**R2**; *N2*	**R3**; *N2*	**R4**; *N2*	**N1**; *N2*	**N2**; *N2*	**N1**; *N2*
N3	**R1**; *N3*	**R2**; *N3*	**R3**; *N3*	**R4**; *N3*	**N1**; *N3*	**N2**; *N3*	**N1**; *N3*

On constate qu'il y a $7 \times 7 = 49$ issues équiprobables.
Parmi ces 49 possibilités, il y en a 6 gagnantes, celles contenant le code R1 et les code N1, N2 ou N3.

La probabilité de gagner à ce jeu est de $\frac{6}{49} \approx 0,122 \approx 12,2\ \%$.

Partie B

1. Comme $195 \div 3 = 65$ et que $234 \div 3 = 78$, on peut faire 3 lots de 65 figurines et 78 autocollants.

195	3
65	5
13	13
1	

$\boxed{195 = 3 \times 5 \times 13}$

3.a. Comme $234 = 2 \times 3 \times 3 \times 13$ et que $195 = 3 \times 5 \times 13$, on constate que les facteurs premiers communs sont 3 et 13, le plus grand diviseur commun est $3 \times 13 = 39$.

On peut constituer au maximum 39 lots.

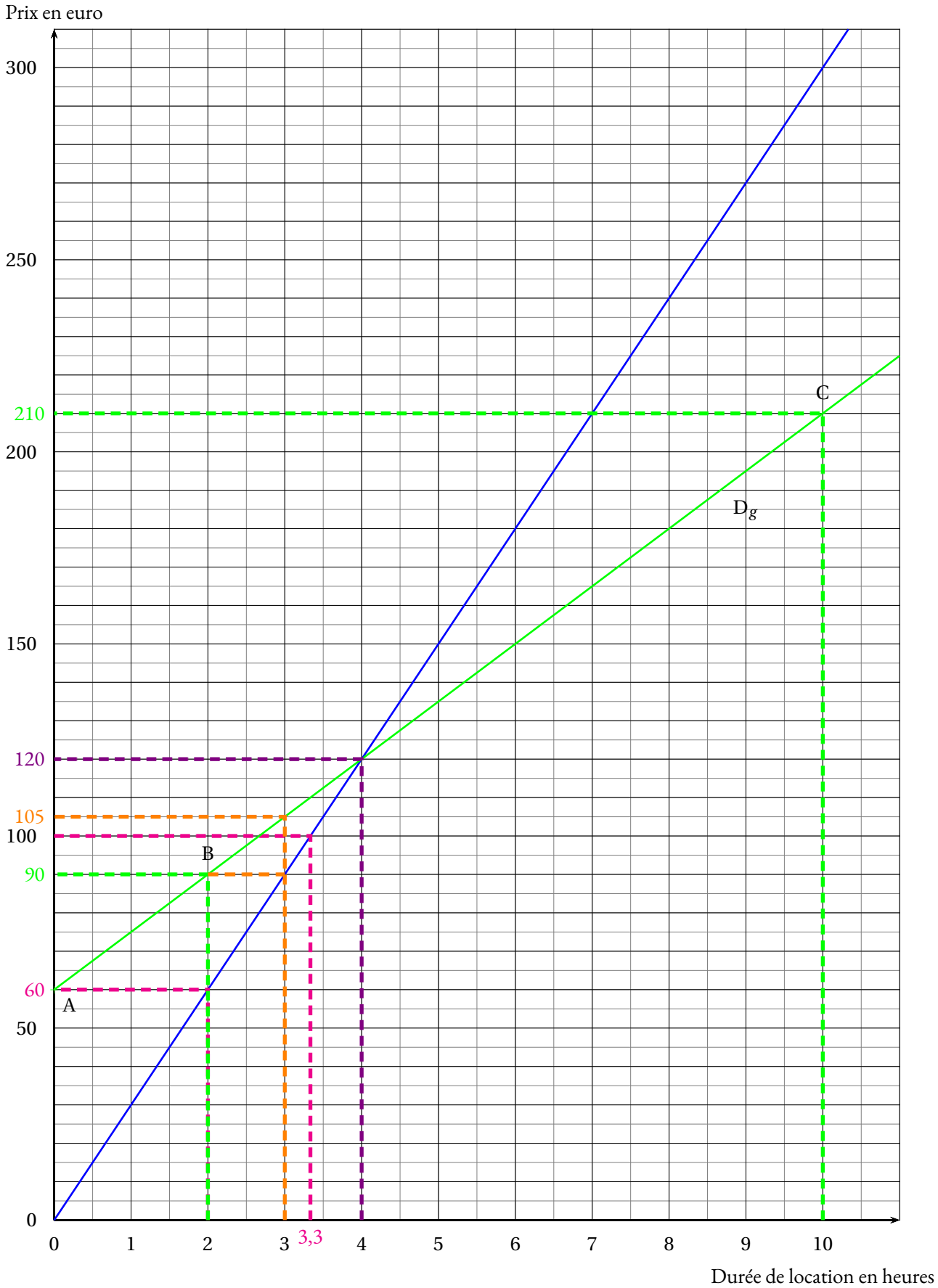
3.b. D'autre part, $234 = 39 \times 6$ et $195 = 39 \times 5$, on peut constituer 39 lots contenant chacun 5 figurines et 6 autocollants.

Exercice n° 5 — Promenade en bateau sur le canal

21 points

Lecture graphique — Fonction linéaire — Fonction affine — Équation

Un tracé de fonction affine, une lecture graphique sur une fonction linéaire, une équation. J'aime beaucoup cet exercice. Parfait pour se préparer.



1.a. Pour deux heures, on paye 60 €.

1.b. On peut louer le bateau 3 h. On n'a pas assez pour le louer 4 h.

1.c. On sait que la représentation graphique de deux grandeurs proportionnelles est une droite passante par l'origine du repère. C'est le cas de ce graphique.

Le prix est bien proportionnel à la durée de location.

1.d. On peut raisonner en termes de proportionnalité à partir de la question **1.a.**.

Le plus simple est de dire que, puisque l'on paye 60 €pour 2 h, on va payer 5 fois plus cher pour une location 5 fois plus longues, soit 5×60 € $= 300$ €.

On pouvait aussi revenir à l'unité et déterminer qu'une heure de location coûte 30 €.

On peut aussi passer, de manière plus systématique, par un tableau et un produit en croix :

Prix	60 €	$\dfrac{10\ h \times 60\ €}{2\ h} = \dfrac{600\ €}{2} = 300\ €$
Durée	2 h	10 h

De manière plus experte, on pouvait aussi considérer que cette représentation graphique est celle d'une fonction linéaire qui s'écrit sous la forme $g(x) = ax$.
Comme $g(2) = 60$ on arrive à :

$$\begin{aligned} g(2) &= 60 \\ 2a &= 60 \\ a &= \frac{60}{2} \\ a &= 30 \end{aligned}$$

Ainsi $g(x) = 30x$ et enfin $g(10) = 30 \times 10 = 300$.

Dans tous les cas le prix pour 10 h est de 300 €.

2.a. En louant le bateau 2 heures, on va payer $60\ € + 2 \times 15\ € = 60\ € + 30\ € = 90\ €$.

2.b. On comprend bien que si on note x la durée de location, le prix payé est $60 + 15x$.

La fonction $f(x) = 15x + 60$ est une fonction affine, de coefficients $a = 15$ et $b = 60$.
On sait que la représentation graphique d'une fonction affine est une droite.
Il faut donc calculer les coordonnées de 2 points distincts.

$f(0) = 60$, ainsi le point A$(0;60)$ est un point de la droite représentative de f.

On a vu, par exemple, que $f(2) = 90$, le point B$(2;90)$ est aussi un point de cette droite.
On pouvait aussi calculer une image plus éloignée, comme $f(10) = 60 + 15 \times 10 = 60 + 150 = 210$ et placer le point C$(10;210)$.
Deux points suffisent !

Voir le tracé en vert ci-dessus.

2.c. La représentation graphique de cette fonction affine est bien une droite, mais elle ne passe pas par l'origine.
On pouvait aussi comparer deux valeurs :
$f(2) = 90$ et $f(10) = 210$. Or $5 \times 2 = 10$ et $5 \times 90 = 450$.

Dans ce cas, le prix payé n'est pas proportionnel à la durée de location.

3.a. On peut lire cette information graphiquement puis vérifier par le calcul. Voir le tracé en orange.
Pour le premier tarif, on paye 3×30 € $= 90$ €.
Pour le second tarif, on paye $60\ € + 3 \times 15\ € = 60\ € + 45\ € = 105$ €..

Pour avoir le prix le moins cher, il faut choisir la première société. On paye dans ce cas 90 €.

3.b. On peut lire cette information graphiquement. Voir le tracé violet.

On peut aussi résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} 30x &= 60 + 15x \\ 30x - 15x &= 60 + 15x - 15x \\ 15x &= 60 \\ x &= \frac{60}{15} \\ x &= 4 \end{aligned}$$

On a bien $30\,€ \times 4 = 120\,€$ et $60\,€ + 15\,€ \times 4 = 60\,€ + 60\,€ = 120\,€$.

$\boxed{\text{Pour 4 h, le prix payé est le même pour le deux sociétés, il est de } 120\,€.}$