BREVET, DNB
CORRIGÉ

Mathématiques

ANTILLES-GUYANE
2023

Brevet — 2023 — France — Série générale
Correction

Un sujet particulièrement facile. De nombreux candidats, et pas les plus fragiles, sont sortis de la salle d'examen après une heure et quart de composition. Pas de piège, pas de sujet pénible. Que du classique !

Exercice nº 1 — Les lunettes de l'opticien *20 points*

Statistiques — Tableur — Moyenne

Un exercice plutôt simple. La moyenne pondérée finale est décomposée en deux partie ce qui simplifie grandement le travail.

1. On cherche parmi les prix, le plus grand et le plus petit. Le minimum est 75 € , le maximum est 160 €.

L'étendue de cette série statistiques est $160\text{ €} - 75\text{ €} = 85\text{ €}$.

2.a. **G2** contient la somme des cellules **B2** à **F2**.

On peut saisir **=B2+C2+D2+E2+F2** ou **=SOMME(B2:F2)**.

2.b. Il faut effectuer la somme $1200 + 950 + 875 + 250 + 300 = 3575$.

En 2022, il a vendu 3575 paires de lunette.

3.a. Il faut calculer :
$S = 1200 \times 75\text{ €} + 950 \times 100\text{ €} + 875 \times 110\text{ €} + 250 \times 140\text{ €} + 300 \times 160\text{ €}$
$S = 90\,000\text{ €} + 95\,000\text{ €} + 96\,250\text{ €} + 35\,000\text{ €} + 160\text{ €} = 364\,250\text{ €}$

Le montant total des ventes de paires de lunettes de soleil en 2022 s'élève à 364 250 € .

3.b. En 2022, il a vendu 3575 paires de lunettes pour un montant total de 364 250 €.

Le prix moyen d'une paire de lunettes de soleil en 2022 est de $\dfrac{364\,250\text{ €}}{3575} \approx 101{,}89\text{ €}$ au centime près.

Exercice nº 2 — Triangles rectangles et rectangles *20 points*

Pythagore — Thalès — Aire

Un exercoce qui part d'un rectangle et de son aire pour arriver vers du Pythagore et du Thalès direct. Rien de bien méchant !

1. BCDE est un rectangle dont les côtés mesurent 4,2 cm et 7 cm.

L'aire de ce rectangle est de $4{,}2\text{ cm} \times 7\text{ cm} = 29{,}4\text{ cm}^2$.

2.a. Pour calculer l'aire du triangle rectangle ABE, nous avons besoin des mesures des côtés [AB] et [AE]. Il nous manque donc la longueur AE.

Dans le triangle ABE rectangle en A,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\begin{aligned} AB^2 + AE^2 &= BE^2 \\ 4,2^2 + AE^2 &= 7^2 \\ 17,64^2 + AE^2 &= 49 \\ AE^2 &= 49 - 17,64 \\ AE^2 &= 31,36 \\ AE &= \sqrt{31,36} \end{aligned}$$

$$AE = 5,6$$

Donc AE = 5,6 cm.

Finalement, l'aire d'un triangle rectangle correspond exactement à la moitié de l'aire du rectangle associé.

L'aire de ABE est égale à $\dfrac{5,6\,\text{cm} \times 4,2\,\text{cm}}{2} = \dfrac{23,52\,\text{cm}^2}{2} = 11,76\,\text{cm}^2$.

3.a. Les droites (ED) et (HA) sont perpendiculaires à la droites (CF).
On sait que : **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.**

Les droites (ED) et (HA) sont parallèles.

3.b. Les droites (HD) et (AE) sont sécantes en F, les droites (AH) et (ED) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{FD}{FH} = \frac{FE}{FA} = \frac{DE}{HA}$$

$$\frac{FD}{FH} = \frac{7\,\text{cm}}{7\,\text{cm} + 5,6\,\text{cm}} = \frac{4,2\,\text{cm}}{HA}$$

$$\frac{FD}{FH} = \frac{7\,\text{cm}}{12,6\,\text{cm}} = \frac{4,2\,\text{cm}}{HA}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$AH = \dfrac{4,2\,\text{cm} \times 12,6\,\text{cm}}{7\,\text{cm}}$ d'où $AH = \dfrac{52,92\,\text{cm}^2}{7\,\text{cm}}$ et $AH = 7,56\,\text{cm}$

La longueur AH mesure 7,56 cm.

Exercice n° 3 — QCM *20 points*

Pourcentages — Arithémtique — Probabilités — Rotation — Volume

En dehors de la question 4 au sujet de la rotation, un QCM assez facile !

Même si aucune justification n'est demandée, dans le cadre de cette correction, quelques explications s'imposent !

Question 1 : Il faut calculer 60 % de 25 soit $\dfrac{60}{100} \times 25 = 0,60 \times 25 = 15$.
On peut aussi présenter cela dans un tableau montrant des grandeurs proportionelles :

	Garçons	Filles	Total
Élèves	$\dfrac{40 \times 25}{100} = \dfrac{1000}{100} = 10$	$\dfrac{60 \times 25}{100} = \dfrac{1500}{100} = 15$	25
Pourcentages	40	60	100

Dans les deux cas on arrive à 15 filles dans cette classe. **Question 1** — Réponse B

Question 2 : Décomposons 126 en produit de facteurs premiers.

126	2
63	3
21	3
7	7
1	

$126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 7$

On pouvait aussi travailler par élimination. La réponse B contient une somme et non pas un produit. La réponse A contient le nombre 9 qui n'est pas premier.

Ainsi $\boxed{\textbf{Question 2} \text{ — Réponse C}}$.

Question 3 Nous sommes dans une expérience aléatoire à une épreuve constituée de $17 + 23 + 20 = 60$ issues équiprobables.
Il y a 17 jetons rouges et 23 jetons jaunes, soit 40 jetons rouges ou jaunes.

La probabilité cherchée est donc $\dfrac{40}{60} = \dfrac{2 \times 20}{3 \times 20} = \dfrac{2}{3}$

Attention, $\dfrac{2}{3} \neq 0,6$, $\dfrac{2}{3} \approx 0,6667$ et pour plein d'autres raisons...

$\boxed{\textbf{Question 3} \text{ — Réponse A}}$

Question 4 : La rotation qui transforme A en D, tranforme B en E, C en F et D en G.

Elle transforme donc le segment [DC] en le segment [GF]. $\boxed{\textbf{Question 4} \text{ — Réponse B}}$.

Question 5 : Pour calculer le volume d'un pavé droit, il suffit de multiplier l'aire de sa base par sa hauteur.

La base d'un pavé est un rectangle. L'aire de cette base vaut $2\,\text{m} \times 1{,}3\,\text{m} = 2{,}6\,\text{m}^2$.

Calculons son volume : $2{,}6\,\text{m}^2 \times 1{,}5\,\text{m} = 3{,}9\,\text{m}^3$.

Or, 1 m^3=1000 L donc le volume 3,9 m^3=3900 L. $\boxed{\textbf{Question 5} \text{ — Réponse B}}$.

Exercice n° 4 — Scratch et l'escalier *20 points*

Scratch — Trigonométrie

Un mélange entre un peu de trigonométrie et Scratch. Certains élèves ont oublié qu'il y avait 16 marches, il ne fallait pas seulement se fier à la figure !

1.a. Calculons $272\,\text{cm} \div 17\,\text{cm} = 16$. $\boxed{\text{Il faut bien prévoir 16 marches pour cet escalier.}}$

1.b. La longueur AB est égale à la somme des 16 profondeurs de marches.

$\boxed{\text{AB} = 16 \times 27\,\text{cm} = 432\,\text{cm.}}$

2.a. Dans le triangle ABC rectangle en B, on connaît le côté adjacent, [AB], à l'angle $\widehat{\text{BAC}}$ et le côté opposé, [BC]. On peut donc calculer la tangente de cet angle.

$\tan \widehat{\text{BAC}} = \dfrac{\text{BC}}{\text{BA}} = \dfrac{272\,\text{cm}}{432\,\text{cm}} = \dfrac{272}{432} = \dfrac{17}{27}$.

À la calculatrice on arrive à $\boxed{\text{l'angle } \widehat{\text{BAC}} \approx 32° \text{ au degré près.}}$

2.b. On considère qu'une montée est agréable quand l'angle $\widehat{\text{BAC}}$ est compris entre 25° et 40°.

Or $25° < 32° < 40°$. $\boxed{\text{Cet escalier permet donc une montée agréable.}}$

3. Comme il y a 16 marches, il va falloir répéter 16 fois.
Il faut ensuite dessiner une marche en tournant de 90° et en avançant verticalement de 17 pas et horizontalement de 27 pas.

Exercice n° 5 — Les deux programmes de calcul *20 points*

Programmes de calcul — Calcul littéral — Fonctions affines — Équations

Un exercice qui mélange fonctions affines et programme de calcul.

1.a. En prenant -3 comme nombre de départ, avec le **Programme A** on obtient successivement :

- -3
- $-3 \times -2 = 6$
- $6 + 5 = 11$

$\boxed{\text{En partant du nombre -3 on arrive bien à 11.}}$

1.b. En prenant $5,5$ comme nombre de départ, avec le **Programme B** on obtient successivement :

- 5,5
- $5,5 - 5 = 0,5$
- $3 \times 0,5 = 1,5$
- $1,5 + 11 = 12,5$

$\boxed{\text{En partant du nombre 5,5 on arrive à 12,5.}}$

2. En prenant x avec le **Programme B** on obtient successivement :

- x
- $x - 5$
- $3(x - 5) = 3x - 15$
- $3x - 15 + 11 = 3x - 4$

En partant du nombre générique x, on arrive à $3x - 4$ pour le **Programme B**.

*On aurait pu faire de même avec le **Programme A** pour vérifier :*
*En prenant x avec le **Programme A** on obtient successivement :*

— x
— $-2x$
— $-2x+5$

3.a. Ces deux fonctions sont affines. Il y a plusieurs manières de justifier.

En reconnaissant le coefficient b dans l'écriture $ax + b$ d'une fonction affine.
La fonction $f(x) = -2x+5$, on a $b = 5$ et $g(x) = 3x-4$ on a $b = -4$.
On sait que cette valeur correspond à $f(0)$ et $g(0)$.
Ainsi comme sur le graphique, le point de coordonnées $(0;5) \in (\mathrm{D}_2)$ et que $(0;-4) \in (\mathrm{D}_1)$, on identifie (D_1) à la représentation de g et (D_2) à la représentation de f.

On pouvait aussi tenter de lire une autre image que celle de 0.
Par exemple on voit que $(1;3) \in (\mathrm{D}_2)$ et que $(1;-1) \in (\mathrm{D}_1)$.
Calculons $f(1) = -2\times 1+5 = -2+5 = 3$ et $g(1) = 3\times 1-4 = 3-4 = 1$.
On obtient la même identification.
Il y avait aussi les images de 3 qui étaient faciles à lire.

La représentation graphique de f est la droite (D_2), la représentation graphique de g est la droite (D_1).

3.b. Il faut pour cela lire les coordonnées du point d'intersection des droites. Il s'agit d'un point dont les coordonnées sont environ $(1,7;1,5)$.

Il semble que le nombre 1,7 ait la même image 1,5 par les fonctions f et g.

4. Pour déterminer ce nombre, il faut résoudre :

$$\begin{aligned}
f(x) &= g(x)\\
-2x+5 &= 3x-4\\
-2x+5-5 &= 3x-4-5\\
-2x &= 3x-9\\
-2x-3x &= 3x-9-3x\\
-5x &= -9\\
x &= \frac{-9}{-5}\\
x &= 1,8
\end{aligned}$$

Vérifions :
$f(1,8) = -2\times 1,8+5 = -3,6+5 = 1,4$
$g(1,8) = 3\times 1,8-4 = 5,4-4 = 1,4$.

Le nombre de départ, 1,8 donne le même résultat 1,4 pour les deux programmes de calcul.