www.freemaths.fr

BREVET, DNB
CORRIGÉ

Mathématiques

AMÉRIQUE DU SUD
2023

Brevet — 2023 — Amérique du Sud — Série Générale

Correction

Exercice n° 1 — QCM

20 points

Diviseurs — Agrandissement - Calcul littéral — Probabilités — Homothétie

Un QCM assez simple.

1. $84 = 1 \times 84$, $168)2 \times 84$ et $252 = 3 \times 84$. La **Réponse A** correspond à des multiples de 84.

$84 = 2 \times 42$, $84 = 3 \times 28$ et $84 = 4 \times 21$, 2, 3 et 4 sont des diviseurs de 84.

$84 = 2 \times 42$ et $84 = 7 \times 12$. En revanche, $84 = 5 \times 16 + 4$. 5 n'est pas un diviseur de 84.

1. Réponse B

2. On sait que **Si on multiplie les longueurs d'un solide par k alors son volume est multiplié par k^3.**

Comme la pyramide SABCD est deux fois plus grandes que la pyramide $SA'B'C'D'$, c'est à dire que $k = 2$. Comme $2^3 = 8$, le volume est 8 fois plus grand.

2. Réponse B

3. Quand on remplace x par -2 dans l'expression, on obtient :
$(-2)^2 + 3 \times (-2) - 5 = 4 - 6 - 5 = -7$

3. Réponse C

La réponse -15 permettait de détecter l'erreur classique du calcul de $(-2)^2$.
$(-2)^2 = 4$ alors que $-2^2 = -4$. Il faut veiller à utiliser des parenthèses à la calculatrice.
Il faut surtout se souvenir que $(-2)^2 = (-2) \times (-2) = +4$!

4. Nous sommes dans une expérience aléatoire à une épreuve constituée de huit issues équiprobables.
Les multiples de 2 parmi les nombres de 1 à 8 sont : 2; 4; 6 et 8. Il y en a quatre.
La probabilité cherchée est $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

4. Réponse A

5. On remarque que le triangle DEF est plus grand que le triangle ABC, en valeur absolue, le rapport doit être supérieur à 1.
On constate aussi que ces deux triangles sont situés de part et d'autre du centre O, le rapport est donc négatif.
Pour ces deux raisons, il ne peut s'agir que de -2.

5. Réponse A

Exercice n° 2 — Des losanges avec Scratch

14 points

Scratch — Losange — Rotation

Un exercice d'algorithmique assez simple

1. Il faut compléter le programme ainsi :

2. Les losanges ont quatre côté qui mesure 50 pas.
Le **Script nº 1** trace un losange puis avance de 50 pas, il répète cette action 4 fois. Les 4 losanges vont donc être collés les uns aux autres.

Le **Script nº 1** correspond à la **Figure C**

Le **Script nº 2** trace un losange puis avance de 100 pas, les 4 losanges vont être alignés horizontalement et séparés de 50 pas.

Le **Script nº 2** correspond à la **Figure A**

Le **Script nº 3** trace un losange, avance de 50 pas horizontalement puis monte de 30 pas verticalement et répète cela 4 fois.

Le **Script nº 3** correspond à la **Figure B**

3. Clairement, le losange ABCD est l'image du losange EDCF par une rotation de centre C dans le sens des aiguilles d'une montre.
Il reste à déterminer l'angle de rotation.

On constate que l'image du point F est le point D, que l'image du point E est le point A et que l'image du point D est le point B.
L'angle de rotation est donc l'angle $\widehat{FCD}$.
D'après le programme Losange, cet angle mesure 60°.

Le losange ABCD est l'image du losange EDCF par la rotation de centre C et d'angle 60° dans le sens des aiguilles d'une montre.

Exercice nº 3 — Les tarifs de la piscine *22 points*

Fonctions — Équation du premier degré — Statistiques — Volume du pavé droit

Cet exercice ne pose pas de difficulté majeure.

1.a. Avec le **Tarif A**, on paye 5,90 € par entrée. Or $10 \times 5,90$ € $= 59$ €.

Pour 10 entrées avec le **Tarif A** on paye 59 €.

1.b. Avec le **Tarif B**, on paye 4,40 € par entrée et 30 € d'abonnement. Or 30 € $+ 10 \times 4,40$ € $= 30$ € $+ 44$ € $= 74$ €.

Pour 10 entrées avec le **Tarif B** on paye 74 €.

2. Notons x le nombre générique qui désigne le nombre d'entrée.

f correspond au **Tarif A**, ainsi $f(x) = 5,90x$

g correspond au **Tarif B**, ainsi $g(x) = 30 + 4,40x$

3.a. Résolvons :

$$\begin{aligned} 5,90x &= 4,40x + 30 \\ 5,90x - 4,40x &= 4,40x + 30 - 4,40x \\ 1,50x &= 30 \\ x &= \frac{30}{1,50} \\ x &= 20 \end{aligned}$$

La solution de cette équation est 20.

3.b. Comme le **Tarif A** correspond à la fonction $f(x) = 5,90x$ et que le **Tarif B** correspond à la fonction $g(x) = 4,40x + 30$, l'équation précédente correspond à :

$$f(x) = g(x)$$

C'est à dire au nombre générique x tel que les deux tarifs soient égaux. Ce nombre est 20 d'après **3.a.**
On peut vérifier que $f(20) = 5,90 \times 20 = 118$ et que $g(20) = 4,40 \times 20 + 30 = 88 + 30 = 118$.

Pour 20 entrées, les **Tarif A** et **Tarif B** sont égaux à 118 € .

4.a. Il faut effectuer le calcul suivant :

$$\frac{12\,500 + 13\,700 + 10\,400 + 13\,600 + 12\,300 + 11\,700 + 10\,400 + 11\,600 + 10\,200 + 13\,800 + 12\,600 + 11\,800}{12} = \frac{144\,600}{12} = 12\,050$$

La moyenne de cette série statistique vaut 12 050.

4.b. Le minimum de cette série statistique vaut 10 200. Le maximul vaut 13 800.

L'étendue de cette série statistique vaut $13\,800 - 10\,200 = 3600$.

5.a. Pour calculer le volume d'une pavé droit il suffit d'utiliser la formule :

$$\text{Volume}_{\text{Pavé}} = \text{Longueur} \times \text{Largeur} \times \text{Hauteur}$$

$\text{Volume}_{\text{Pavé}} = 50\,\text{m} \times 25\,\text{m} \times 3\,\text{m} = 3750\,\text{m}^3$.

Le volume d'eau à vidanger est de $3750\,\text{m}^3 = 3\,750\,000\,\text{L}$.

Exercice n° 4 — Le funiculaire

20 points

Lecture de tableau — Vitesse — Pente

Pas grand chose d'intéressant dans cet exercice. Même pas de trigonométrie.

1.a. Avec le tarif individuel on paye 10 € pour un adulte et 8 € pour un enfant.

Pour 12 adultes et 8 enfant en tarif individuel, on paye 12×10 € $+ 8 \times 8$ € $= 120$ € $+ 64$ € $= 184$ € .

1.b. Avec le tarif groupe on paye 8,50 € pour un adulte et 7 € pour un enfant.

Pour 12 adultes et 8 enfant en tarif groupe, on paye $12 \times 8,50$ € $+ 8 \times 7$ € $= 102$ € $+ 56$ € $= 158$ € .

1.c. On paye 184 € avec le tarif individuel et 158 € avec le tarif groupe soit 184 € $-$ 158 € $=$ 26 € de moins.

Comme $\frac{26\,€}{184\,€} \approx 0,14$ cela correspond à environ 14 % de réduction.

2. Quand on calcule une vitesse moyenne, il faut considérer que le temps et la distance de parcours sont des grandeurs proportionnelles.

Distance	448,5 m	$\dfrac{1\ s \times 448{,}5\,\text{m}}{525\ s} \approx 0{,}85\,\text{m}$
Temps	$8\ min\ 45\ s = 8 \times 60\ s + 45\ s = 525\ s$	$1\ s$

La vitesse du funiculaire est d'environ 0,85 m/s.

3. On sait que Pente $= \dfrac{\text{Dénivelé}}{\text{Longueur horizontale}} = \dfrac{25}{100} = 0,25 = 25\ \%$

Ainsi $\dfrac{50\,\text{m}}{\text{AC}} = 0,25$ d'où $\text{AC} = \dfrac{50\,\text{m}}{0,25} = 200\,\text{m}$.

La longueur horizontale mesure 200 m.

Exercice n° 5 — Un pur exercice de géométrie

24 points

Théorème de Pythagore — Trigonométrie — Aire — Théorème de Thalès

Un exercice très intéressant qui reprend tous les grands classiques de géométrie.

1. $\text{AB} = \text{AM} + \text{MB} = 2{,}7\,\text{cm} + 2{,}5\,\text{cm} = 5{,}2\,\text{cm}$

2. Dans le triangle ABH rectangle en H,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\text{HA}^2 + \text{HB}^2 = \text{AB}^2$$
$$\text{HA}^2 + 2^2 = 5,2^2$$
$$\text{HA}^2 + 4 = 27,04$$
$$\text{HA}^2 = 27,04 - 4$$
$$\text{HA}^2 = 23,04$$
$$\text{HA} = \sqrt{23,04}$$
$$\text{HA} = 4,8$$

Le côté [HA] mesure 4,8 cm.

3. Dans le triangle AHC rectangle en H.
En considérant l'angle $\widehat{\text{ACH}}$, on connaît la mesure du côté opposé [AH] et la mesure de l'hypoténuse [AC].
On peut donc calculer $\sin \widehat{\text{ACH}}$.

$$\sin \widehat{\text{ACH}} = \frac{\text{AH}}{\text{AC}} = \frac{4{,}8\,\text{cm}}{8{,}5\,\text{cm}} \approx 0,565$$

À la calculatrice, en utilisant la succession de touches Seconde sin $\left(\dfrac{4,8}{8,5}\right)$ on arrive à $\widehat{\text{ACH}} \approx 34°$ au degré près.

4. Pour calculer la longueur HC on peut utiliser l'une des méthodes suivantes :

Méthode n° 1 : théorème de Pythagore

Dans le triangle AHC rectangle en H,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\text{HA}^2 + \text{HC}^2 = \text{AC}^2$$
$$4,8^2 + \text{HC}^2 = 8,5^2$$

$$23,04 + HC^2 = 72,25$$
$$HC^2 = 72,25 - 23,04$$
$$HC^2 = 49,21$$
$$HC = \sqrt{49,21}$$
$$HC \approx 7$$

Méthode n° 2 : trigonométrie

Dans le triangle AHC rectangle en H,
On connaît l'hypoténuse du triangle ainsi que le côté opposé à l'angle $\widehat{ACH}$.
On cherche le côté opposé de l'angle $\widehat{ACH}$.
À nouveau il y a deux possibilités.

$\tan\widehat{ACH} = \dfrac{AH}{HC}$

$\tan 34° = \dfrac{4{,}8\,\text{cm}}{HC}$

Donc $HC = \dfrac{4{,}8\,\text{cm}}{\tan 34°} \approx 7$

$\cos\widehat{ACH} = \dfrac{HC}{AC}$

$\cos 34° = \dfrac{HC}{8{,}5\,\text{cm}}$

Donc $HC = 8{,}5\,\text{cm} \times \cos 34° \approx 7$

Dans tous les cas, on obtient $\boxed{HC \approx 7\,\text{cm au centimètre près.}}$

La méthode trigonométrique est moins précise si on utilise un arrondi de l'angle au degré près. Il est préférable de passer par le théorème de Pythagore.

5. Les droites (MB) et (NC) sont sécantes en A.
On peut aussi parler du triangle ABC *et des points* M *et* N *bien placés sur les segments.*

Les droites (BC) **et** (MN) **sont parallèles.**
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$
$$\frac{2{,}7\,\text{cm}}{5{,}2\,\text{cm}} = \frac{AN}{8{,}5\,\text{cm}} = \frac{MN}{BC}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$AN = \dfrac{8{,}5\,\text{cm} \times 2{,}7\,\text{cm}}{5{,}2\,\text{cm}}$ d'où $AN = \dfrac{22{,}95\,\text{cm}^2}{5{,}2\,\text{cm}}$ et $AN \approx 4{,}4\,\text{cm}$

$\boxed{\text{En effet, l'élève a raison, } AN > 4\,\text{cm.}}$

6. Pour calculer l'aire d'un triangle, il faut utiliser la formule suivante :

$$\text{Aire} = \frac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2}$$

$\text{Aire} = \dfrac{HA \times HC}{2} = \dfrac{4{,}8\,\text{cm} \times 7\,\text{cm}}{2} \approx 16{,}8\,\text{cm}^2$

$\boxed{\text{L'aire du triangle AHC mesure environ } 16{,}8\,\text{cm}^2.}$