4. Probas Discrètes

4.1 Indépendance

Théorème 19 : Si les évènement A et B sont indépendants, alors il en est de même pour :

1) $\overline{A}$ et B 2) A et $\overline{B}$ 3) $\overline{A}$ et $\overline{B}$

Pré-requis : A et B indépendants si et seulement si $P(A \cap B) = P(A)P(B)$. Probabilités totales.

Démonstration :

1) A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univer Ω, donc :

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B)$$

A et B sont indépendants donc : $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.

On a donc :

$$P(B) = P(A)P(B) + P(\overline{A} \cap B) \quad \Leftrightarrow \quad P(\overline{A} \cap B) = P(B)(1 - P(A)) = P(B)P(\overline{A})$$

$\overline{A}$ et B sont indépendants.

2) La démonstration est analogue (échanger A et B)

3) D'après 1) $\overline{A}$ et B sont indépendants, donc d'après 2), $\overline{A}$ et $\overline{B}$ sont indépendants.