SciencesPo

Rapport de correction

Epreuve de Mathématiques – Session 2017

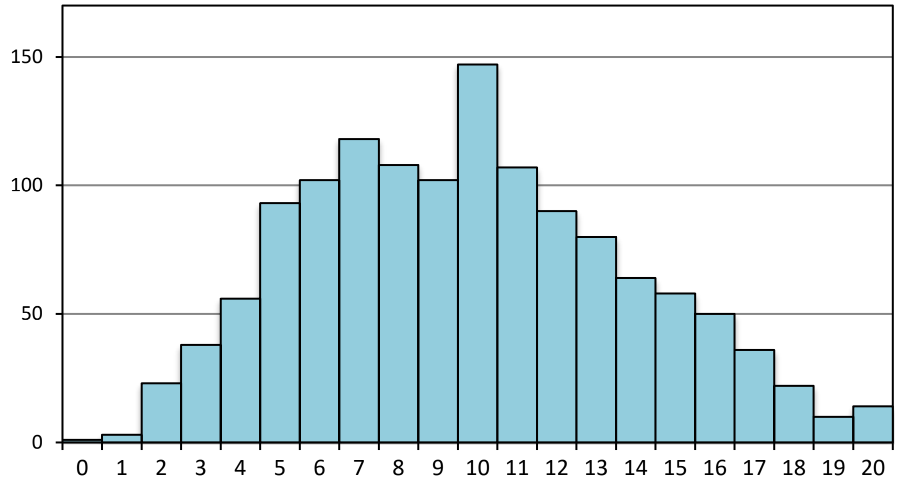
Durée : 3 heures , coefficient : 2

En 2017, comme lors des dernières sessions, le sujet est composé d'un problème et d'un « vrai–faux ».
Le problème, qui prend appui sur le concept d'élasticité en économie, met notamment en jeu l'étude de plusieurs fonctions (dérivées, variations, limites) et la résolution d'équations ou d'inéquations.
Le « vrai–faux » avec justification, constitué de dix questions indépendantes, teste des connaissances et des compétences variées sur une grande partie du programme : analyse (suites et fonctions), probabilités, géométrie repérée, trigonométrie, algorithmique.

Le problème demandait une relative technicité. D'importantes disparités ont été constatées parmi les candidats, certains d'entre eux faisant preuve d'un excellent niveau.

Les copies sont en général bien présentées et la rédaction plutôt soignée, mais on relève, en particulier dans le « vrai – faux », quelques graves erreurs de raisonnement.
Il est rappelé que la propreté, la clarté des explications et la précision des conclusions sont prises en compte dans l'appréciation des copies.
Un nombre important de candidats a eu du mal à gérer efficacement le temps de l'épreuve pour traiter l'ensemble du sujet. Ainsi, le deuxième exercice abordé, qu'il s'agisse du problème ou du « vrai – faux », a souvent été escamoté.

Les notes obtenues par les 1322 candidats ayant composé dans l'option Mathématiques se répartissent selon le graphique suivant. La moyenne est de 9,5 sur 20.



Problème

Partie A

Cette partie, abordée par la quasi-totalité des candidats, est la mieux traitée des trois parties du problème, si ce n'est qu'un nombre important de candidats oublie dans la question 2 d'inverser le sens de l'inégalité au moment de multiplier par p – 120 (nombre négatif).
L'introduction d'une suite à la question 4 n'est pas toujours bien comprise.

Partie B

L'étude de la fonction *demande* est globalement bien menée. Par contre, on ne pouvait justifier la limite en $+\infty$ grâce à la propriété du produit des limites dans la mesure où il s'agissait d'une forme indéterminée. Certaines copies proposent une excellente rédaction en procédant à un changement de variable et en faisant référence à la croissance comparée.
Pour apprécier la cohérence du résultat obtenu (limite nulle en l'infini), il était attendu un retour à la situation proposée en supposant que le prix augmente indéfiniment. On note pour cette question une confusion fréquente entre *croissance* (respectivement *décroissance*) et *infiniment grand* (respectivement *infiniment petit*).
La recherche du prix rendant la recette maximale exigeait de recourir au calcul de la dérivée de la fonction *recette*.
La question 2b a été très mal réussie par les rares candidats l'ayant abordée. Le contexte du problème a visiblement constitué un obstacle pour la plupart d'entre eux. En particulier, la notion d'élasticité n'a pas été comprise. De plus, les rares candidats qui s'engagent dans cette question calculent $E(1000)$, au lieu de $E(10)$, oubliant que le prix est exprimé en centaines d'euros.
Les équations ou inéquations du second degré sont souvent correctement résolues.

Partie C

Le recours à la définition de l'élasticité dans un cadre plus abstrait mettait en jeu des calculs plutôt faciles. Cette partie a été soit très bien réussie soit à peine abordée faute d'une bonne compréhension des questions posées.
Certaines erreurs ne devraient pas apparaître à ce niveau, comme par exemple donner $x \mapsto nx$ comme fonction dérivée de $x \mapsto x^n$ ou affirmer que la fonction dérivée d'un produit de fonctions est le produit des fonctions dérivées.
Pour déterminer l'élasticité de la fonction h, il était préférable de tirer profit des questions précédentes.

Vrai – Faux

Contrairement à l'an dernier, les questions de probabilités ont été les mieux réussies.

Question 1
Pour prouver que cette proposition est fausse, il suffit d'exhiber un contre-exemple ou de s'appuyer sur un graphique convaincant. Par contre, mentionner la limite (qui n'existe pas forcément) de la fonction *g* en $+\infty$ ou faire appel au théorème de comparaison ne permet pas d'aboutir.

Question 2
Le bon niveau de réussite à cette question témoigne d'une maîtrise satisfaisante des arbres de probabilités et des probabilités conditionnelles.

Question 3
L'utilisation de l'algorithme pour $n = 6$ est souvent réussie, hormis de rares candidats qui affectent nA à A à chaque étape de la boucle ou qui oublient de multiplier par n à la fin.
Il était concevable d'utiliser sa calculatrice à condition de donner sur la copie des éléments de justification comme par exemple le programme saisi.

Question 4
La question a été comprise mais l'oubli de l'alignement de A, B et D a été fréquent. On relève des confusions entre vecteur directeur et vecteur normal.
Bien entendu pour cette question la simple présentation de la figure ne constitue pas une preuve.

Question 5
Un nombre important de candidats prend appui sur la relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, mais la simplification de $\sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right)$ suscite des difficultés. Très peu de candidats se soucient du signe de $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$. Vérifier que la somme des carrés des nombres donnés vaut 1 ne suffit pas, toujours à cause de la condition sur le signe.

Question 6
Quelques candidats, qui semblent ignorer le principe de récurrence, se limitent à des valeurs particulières de n, ce qui ne permet pas de conclure.
Parmi les autres, nombreux sont ceux qui ont du mal à formuler la propriété à démontrer. La rédaction est souvent maladroite y compris dans la phase d'initialisation où la distinction entre le résultat à prouver et la conclusion du calcul n'apparaît pas clairement.

Il pouvait être commode de développer $16\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 4\times(n+1) - 10$ pour anticiper sur le résultat à obtenir.

Question 7

La loi binomiale est généralement bien identifiée, mais l'allusion à une variable aléatoire X est trop souvent faite sans avoir défini celle-ci auparavant. On note des confusions entre $P\left(X \geq 1\right)$ et $P(X = 1)$.

Question 8

La grande majorité des candidats pense à calculer le discriminant, mais des erreurs de calcul sont souvent commises. Pour étudier la positivité du discriminant $16m^2 - 8m + 1$, qui n'est autre que le carré de $4m - 1$, certains affirment à tort que $16m^2 > 8m$ pour tout $m > 0$.

Pour conclure correctement, il ne fallait pas oublier qu'une équation du second degré dont le discriminant est nul admet une racine double.

Question 9

Cette question est la moins bien réussie de cet exercice. Beaucoup de candidats n'ont pas compris ce qui était demandé. Confondant la tangente en un point et la tangente passant par un point, ils croient qu'il est question de la tangente à l'origine. La fonction n'étant pas définie en 0, certains vont jusqu'à en déduire que l'affirmation est fausse.

Question 10

Bien que la description de l'expérience soit relativement complexe, bon nombre de candidats ont réussi cette question, en s'appuyant sur une modélisation correcte.

Dans ce genre d'exercice, il est prudent de vérifier la cohérence du modèle mis en œuvre, en s'assurant notamment que la somme des probabilités est égale à 1.