Rapport de correction

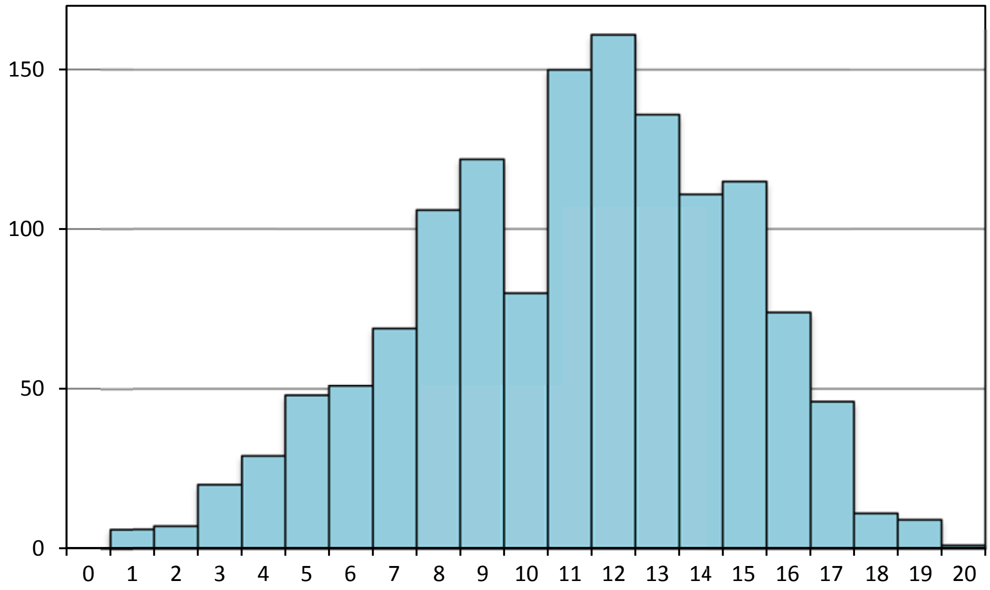
Epreuve de Mathématiques – Session 2016

durée : 3 heures, coefficient : 2

Comme lors des trois dernières sessions, le sujet est composé d'un problème et d'un exercice « vrai–faux ».
Le problème prend appui sur une situation concrète (évolution d'un contrat d'assurance-vie). Il conduit notamment à l'étude d'une fonction et de suites, ainsi qu'à l'écriture d'algorithmes.
Le « vrai–faux » avec justification, constitué de dix questions indépendantes, teste des connaissances et des compétences variées sur une grande partie du programme.

La préparation des candidats est visiblement de mieux en mieux adaptée aux objectifs de cette épreuve. La majorité d'entre eux a traité l'ensemble du sujet. Les copies, plutôt bien présentées avec une rédaction assez soignée, sont dans l'ensemble d'un bon niveau.
En général le problème est mieux réussi que le vrai–faux, mais on constate aussi que l'exercice le mieux réussi est souvent celui que le candidat traite en premier, peut-être parce qu'il lui consacre davantage de temps.
On trouve assez peu d'erreurs graves de raisonnement. Lorsqu'il ne sait pas traiter une question le candidat préfère généralement s'abstenir de répondre.

Les notes obtenues par les 1352 candidats ayant composé dans cette option se répartissent selon le graphique suivant. La moyenne est de 10,8 sur 20.



Problème

Si la rédaction est assez soignée, on constate que l'usage de quantificateurs devient de plus en plus négligé au fil des questions.

Partie A

Cette partie, visant à étudier la suite arithmético-géométrique qui modélise le solde du contrat d'assurance-vie, est bien traitée dans l'ensemble.
La question 2 fait parfois l'objet d'un raisonnement par récurrence, inutilement compliqué et difficile à suivre.
Un défaut de rigueur est relevé pour démontrer que la suite (K_n) est géométrique, certains considèrant le rapport K_{n+1} / K_n sans s'assurer que le dénominateur ne s'annule pas (question 3).
Les suites géométriques font partie de l'univers familier des candidats. Les formules et propriétés sont connues.
L'algorithme de seuil est plutôt bien fait, la boucle *Tant que* semblant bien maitrisée (question 5). Certains candidats fournissent le programme correspondant à leur modèle de calculatrice, ce qui est une façon de répondre à la question posée.

Partie B

Cette partie, consistant en l'étude d'une fonction homographique, est bien réussie.
Le calcul de la limite en $+\infty$ (question 1) doit être justifié. La plupart des candidats procède par factorisation plutôt que de faire référence au terme de plus haut degré.
Le tracé de la courbe (question 4), parfois peu soigné, ne prend pas toujours en compte les résultats établis dans les questions précédentes ou met en évidence une confusion entre tangente et asymptote.

Partie C

Le problème est rarement traité au-delà de la question 2c.
Il convenait de remarquer le lien entre les parties B et C.
La démonstration par récurrence (question 1) fait appel à la monotonie de la fonction pour démontrer l'hérédité. Quelques candidats commettent l'erreur de diviser membre à membre des inégalités.
Le principe même de la récurrence demeure visiblement difficile pour de nombreux candidats. Cette démonstration fait souvent l'objet d'une rédaction maladroite ou erronée. Ainsi on rencontre des propositions de la forme : « Soit P*n* pour tout *n* » dans la définition de la propriété à établir, ou « supposons que la proposition est vraie pour tout *n* » pour prouver l'hérédité.
Les aspects les plus techniques (fractions et puissances dans les questions 2b et 2d) sont abordés par les plus persévérants mais donnent lieu à quelques erreurs de calcul.
L'algorithme de la question 2e, plus délicat à concevoir que celui de la partie A, a permis de distinguer les très bonnes copies, sous réserve que le taux de variation soit différencié de la variation absolue.

Plus généralement, les correcteurs n'apprécient pas de trouver des raisonnements incomplets ou des calculs faux conduisant au résultat attendu. De telles démarches sont naturellement sanctionnées.

Exercice Vrai – Faux

Il est réconfortant de constater que les candidats s'investissent réellement sur cette partie du sujet, qui nécessite une bonne maîtrise des notions abordées et une certaine autonomie.
Pour bien se préparer, il est important d'apprendre le cours en étudiant certains modèles de rédaction et la façon de produire des contre-exemples.

Les questions de probabilités ont dans l'ensemble été moins bien traitées que les autres.

Question 1
Cette question, qui repose sur une situation d'équiprobabilité, est assez bien réussie.

Question 2
Le tirage « sans remise » engendre des erreurs de modélisation provenant de la difficulté à distinguer les deux tirages. On peut s'aider d'un arbre.

Question 3
La plupart des candidats repère qu'il s'agit d'une loi binomiale. Il convient cependant de préciser la variable aléatoire concernée.
Le recours à l'événement complémentaire, envisagé par certains, ne permet pas de répondre.

Question 4
La position relative de la courbe de la fonction exponentielle par rapport à sa tangente est une question classique. Elle peut être résolue en recherchant l'équation de la tangente en zéro et en considérant la différence de deux fonctions. On peut aussi évoquer la convexité de la fonction exponentielle.

Question 5
Cette question met en difficulté bon nombre de candidats, victimes de confusions entre coefficient directeur et vecteur directeur (ou vecteur normal) ou qui se sentent tenus de revenir à la forme réduite des équations de droite.

Question 6
Bien entendu, il fallait lire que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}_*^+$
Cette question est bien réussie.

Question 7
On relève quelques erreurs dans le calcul des coordonnées des vecteurs ou de leur norme. Beaucoup de candidats se contentent de démontrer que le triangle est isocèle.

Question 8
Dans les copies, la justification repose souvent sur une figure du cercle trigonométrique, ce qui était accepté. On utilise parfois la formule d'addition donnant $\sin(\pi - x)$. Il va de soi que la vérification de l'égalité pour une ou deux valeurs de la variable ne constitue pas un argument recevable.

Questions 9 et 10
Pour prouver que chacune de ces propositions est fausse, il suffit d'exhiber un contre-exemple. On peut s'appuyer sur un graphique convaincant. Par contre, remarquer que l'énoncé proposé s'approche de celui d'un théorème du cours auquel il manque une hypothèse ne permet pas de conclure.