5

ALAIN PILLER

SUITES

Rien de plus facile !

BAC MATHS

TERM. ES,L

SAVOIR

TRAINING

INTÉRROS LYCÉES

EXOS ANNALES BAC

PREMIUM ÉDITEUR

SAVOIR

A Suite numérique

Une suite numérique est une application de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{R}$.

→**Notations** : ▪ L'image de $n \in \mathbb{N}$, notée u_n, s'appelle le terme général de la suite.

▪ La suite s'écrit : $(\boldsymbol{u_n})$ ou $\{\boldsymbol{u_n}\}$.

→**Exemple** : Soit $\{u_n\}$, la suite dont le terme général est : $u_n = \dfrac{3n^2}{3n^3 + 7n^2}$.

B Suite arithmétique

Dire qu'une suite $\{u_n\}$ est **arithmétique** signifie qu'il existe un nombre r (**raison**) tel que :

$$\boxed{\forall \boldsymbol{n} \in \mathbb{N}, \boldsymbol{u_{n+1} = u_n + r}}.$$

→**Propriétés** : ▪ $\forall n, p \in \mathbb{N}, \boldsymbol{u_n = u_p + (n - p) \cdot r}$.

$\rightarrow u_n = u_0 + (n) \cdot r$

$\rightarrow u_n = u_1 + (n - 1) \cdot r$

$\rightarrow u_n = u_2 + (n - 2) \cdot r$ etc...

▪ $\displaystyle\sum_{\boldsymbol{k=1}}^{\boldsymbol{k=n}} \boldsymbol{k} = 1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{\boldsymbol{n(n+1)}}{\boldsymbol{2}}$.

▪ **Somme de termes consécutifs** :

$$u_p + u_{p+1} + \ldots + u_n = \frac{\boldsymbol{(n - p + 1) \times (u_p + u_n)}}{\boldsymbol{2}}.$$

■	$r > 0$	$\{u_n\}$ est croissante
	$r < 0$	$\{u_n\}$ est décroissante
	$r = 0$	$\{u_n\}$ est constante ou stationnaire

.

C Suite géométrique

Dire qu'une suite $\{u_n\}$ est **géométrique** signifie qu'il existe un nombre q (**raison**) non nul tel que :

$$\boxed{\forall \boldsymbol{n} \in \mathbb{N}, \boldsymbol{u_{n+1} = q \times u_n}}\ .$$

→ **Propriétés** : ■ $\forall n, p \in \mathbb{N}, u_n = \boldsymbol{q^{(n-p)} \times u_p}$.

$\rightarrow u_n = q^n \times u_0$

$\rightarrow u_n = q^{(n-1)} \times u_1$

$\rightarrow u_n = q^{(n-2)} \times u_2$ etc...

■ $$\sum_{k=0}^{n} q^k = 1 + q + q^2 + ... + q^n = \begin{cases} \dfrac{1 - q^{(n+1)}}{1-q} & \text{si } q \neq 1 \\ n+1 & \text{si } q = 1 \end{cases}\ .$$

■ **Somme de termes consécutifs** :

$$u_p + u_{p+1} + ... + u_n = \boldsymbol{u_p} \times \left(\boldsymbol{\frac{1 - q^{(n-p+1)}}{1-q}}\right).$$

■ **Si le premier terme est strictement positif** :

$q > 1$	$\{u_n\}$ est croissante
$q \in]0, 1[$	$\{u_n\}$ est décroissante
$q = 1$	$\{u_n\}$ est constante ou stationnaire

.

- **Si le premier terme est strictement négatif :**

$q > 1$	$\{u_n\}$ est décroissante
$q \in]0, 1[$	$\{u_n\}$ est croissante
$q = 1$	$\{u_n\}$ est constante ou stationnaire

.

D Notion de suite convergente, divergente ou nature d'une suite

→ $\{u_n\}$ est **convergente** et converge vers $L($ **fini**$)$ ssi : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = L$.

Notons qu'ici, il y a unicité de L .

→ $\{u_n\}$ est **divergente** ssi : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$ ou $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = -\infty$.