

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

**TLE**

# Technologique Mathématiques

**Limite d'une Suite**



**CORRIGÉ DE L'EXERCICE**

## CORRECTION

1. Déterminons la limite en  $+\infty$  de la suite  $(U_n)$ :

Ici:  $U_n = \left(\frac{1}{3} \sin(n)\right)^n$ , pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ .

D'après le cours, nous savons que:  $\sin(n) \in [-1; 1]$ .

Dans ces conditions, nous pouvons écrire:  $-1 \leq \sin(n) \leq 1$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq \frac{1}{3} \sin(n) \leq \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow \left(-\frac{1}{3}\right)^n \leq \left(\frac{1}{3} \sin(n)\right)^n \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

$$\Leftrightarrow \left(-\frac{1}{3}\right)^n \leq U_n \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n.$$

Or: •  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{3}\right)^n = 0 \quad \left(-\frac{1}{3} \in ]-1; 0[ \right)$

•  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0 \quad \left(\frac{1}{3} \in ]0; 1[ \right).$

Ainsi, d'après le théorème des gendarmes, nous pouvons affirmer que:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0.$$

2. Concluons:

Comme  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$ , nous pouvons affirmer que: la suite  $(U_n)$  est

convergente et converge vers 0.