

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

Limite d'une Suite



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. Déterminons la limite en $+\infty$ de la suite (U_n) :

Ici: $U_n = \frac{\sin(n)}{1+n^2}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

D'après le cours, nous savons que: $\sin(n) \in [-1; 1]$.

Dans ces conditions, nous pouvons écrire: $-1 \leq \sin(n) \leq 1$

$$\Leftrightarrow \frac{-1}{1+n^2} \leq \frac{\sin(n)}{1+n^2} \leq \frac{1}{1+n^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-1}{1+n^2} \leq U_n \leq \frac{1}{1+n^2}$$

Or: $\bullet \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-1}{1+n^2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-1}{n^2 \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-1}{n^2} = 0$

$\bullet \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{1+n^2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2 \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2} = 0.$

Ainsi, d'après le théorème des gendarmes, nous pouvons affirmer que:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0.$$

2. Concluons:

Comme $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$, qui est une limite finie, nous pouvons affirmer que:

la suite (U_n) est **convergente** et converge vers **0**.