

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

**Nombres Complexes
Partie Géométrique**



MINI COURS

A. Affixe d'un point :

1. Définition :

Un nombre complexe $z = x + iy$ peut être représenté dans le plan par un point M de coordonnées $(x; y)$: **z est appelé affixe du point M .**

2. Remarque :

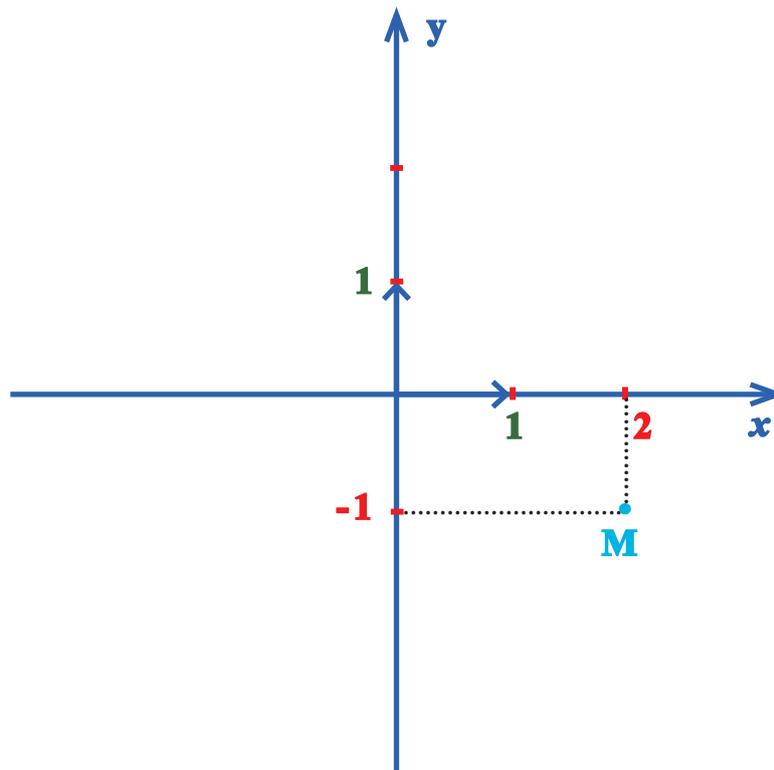
On dit que : **le point M est l'image de z .**

3. Exemple :

Soit $z = 2 - i$, un nombre complexe.

Nous pouvons dire alors : • **z est l'affixe du point $M(2; -1)$**

• **$M(2; -1)$ est l'image de z .**



B. Affixe d'un vecteur :

1. Définition :

Soient A et B deux points d'affixes respectives z_A et z_B .

Le vecteur \overrightarrow{AB} a pour affixe le complexe: $z_B - z_A$.

2. Exemple :

Soit: • $z_A = 3 + 2i$, l'affixe du point A

• $z_B = 2 - 7i$, l'affixe du point B.

Dans ces conditions, le vecteur \overrightarrow{AB} a pour affixe :

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 - 3 \\ -7 - 2 \end{pmatrix} \text{ cad } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -1 \\ -9 \end{pmatrix}.$$

C. Propriétés :

1. Soient A et B deux points d'affixes respectives z_A et z_B .

• Les points A et B sont confondus ssi: $z_A = z_B$.

• Le milieu du segment [AB] a pour affixe: $\frac{z_A + z_B}{2}$.

2. Soient \vec{U} et \vec{V} deux vecteurs ayant pour affixe respectives z_u et z_v .

• Les vecteurs \vec{U} et \vec{V} sont égaux ssi: $z_u = z_v$.

• Le vecteur $\vec{U} + \vec{V}$ a pour affixe: $z_u + z_v$.

3. Les points $M(z)$ et $M'(\bar{z})$ sont **symétriques par rapport à l'axe des abscisses**.

D. Comment montrer...?

Soient quatre points $A(z_A)$, $B(z_B)$, $C(z_C)$ et $D(z_D)$.

1. Deux vecteurs parallèles ou colinéaires :

$$(AB) // (CD) \text{ ssi: } \frac{z_D - z_C}{z_B - z_A} \in \mathbb{R}.$$

2. Trois points alignés :

$$A, B \text{ et } C \text{ sont alignés ssi: } \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \in \mathbb{R}.$$

3. Deux vecteurs orthogonaux :

$$(AB) \perp (CD) \text{ ssi: } \frac{z_D - z_C}{z_B - z_A} \text{ est un imaginaire pur.}$$

4. Égalité entre deux longueurs :

$$\text{la longueur } [AB] = \text{la longueur } [AC] \text{ ssi: } |z_B - z_A| = |z_C - z_A|.$$

5. Triangle ABC isocèle en A :

Le triangle ABC est isocèle en A lorsque la longueur du côté $[AB]$ est égale à la longueur du côté $[AC]$ cad ssi: $|z_B - z_A| = |z_C - z_A|$.

6. Triangle ABC rectangle en A :

$$\text{Le triangle } ABC \text{ est rectangle en } A \text{ ssi: } \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \text{ est un imaginaire pur.}$$

7. Triangle **ABC** équilatéral direct :

Le triangle **ABC** est un triangle équilatéral direct ssi :

$$\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = \frac{1}{2} + i \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right).$$

8. Quadrilatère **ABCD** = losange :

Le quadrilatère **ABCD** est un losange ssi :

- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
- $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$
- $(BD) \perp (CA)$
- $|z_B - z_A| = |z_C - z_D|$
- $|z_D - z_A| = |z_C - z_B|$
- $\frac{z_A - z_C}{z_D - z_B}$ est un imaginaire pur.