T^{LE} Technologique Mathématiques

Nombres Complexes Forme Trigonométrique

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

UN PEU DE GÉOMÉTRIE ! 2

CORRECTION

1. Calculons le module et un argument du nombre complexe c:

• **Le module de c est**: $r_c = \left|\frac{4b}{3\sqrt{3}a}\right| = \frac{4}{3\sqrt{3}}\left|\frac{b}{a}\right|.$

Or: $\left|\frac{b}{a}\right| = \frac{|b|}{|a|}$ cad $\left|\frac{b}{a}\right| = \frac{2}{2\sqrt{3}}$ ou encore $\left|\frac{b}{a}\right| = \frac{\sqrt{3}}{3}.$

Ainsi: $r_c = \left(\frac{4}{3\sqrt{3}}\right) \times \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

$= \frac{4}{9}.$

• **Un argument de c ?**

Nous avons: $c = \left(\frac{4}{3\sqrt{2}}\right)\left(\frac{b}{a}\right).$

D'où: $\theta_c = \arg\left(d \times \frac{b}{a}\right)$, avec $d = \frac{4}{3\sqrt{2}} = \left(\frac{4}{3\sqrt{2}}; 0\right)$

$= \arg(d) + \arg\left(\frac{b}{a}\right) (2\pi)$

$$= \arg(d) + [\arg(b) - \arg(a)]\ (2\pi)$$

$$= 0 + \left[\frac{4\pi}{3} - \left(-\frac{\pi}{6}\right)\right](2\pi) \quad \text{cad} \quad \theta_c = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}.$$

Au total, le module et un argument du nombre complexe c sont:

$$r_c = \frac{4}{9} \text{ et } \theta_c = \frac{3\pi}{2} \quad \text{(par exemple).}$$

2. Écrivons c sous forme exponentielle:

Sous forme exponentielle c s'écrit: $c = \frac{4}{9} e^{i\frac{3\pi}{2}}$.

3. Les points O, I et C sont-ils alignés ?

Les points O, I et C sont alignés ssi: $\arg\left(\frac{c - z_O}{z_I - z_O}\right) = 0\ (\pi)$.

Or: • $z_O = 0$

• $z_I = \frac{a+b}{2} = -2i = 2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)$.

D'où: $\arg\left(\frac{c - z_O}{z_I - z_O}\right) = \arg\left(\frac{c}{z_I}\right)\ (2\pi)$

$$= \arg(c) - \arg(z_I)\ (2\pi)$$

$$= \frac{3\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$= 2\pi\ (2\pi).$$

Au total: oui les points O, I et C sont bien alignés.