T^LE

Technologique Mathématiques

Nombres Complexes Forme Algébrique

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

RÉEL OU IMAGINAIRE PUR ? 8

CORRECTION

1. Déterminons la forme algébrique de Z:

Ici: $Z = z^2 - z$, avec $z = x + iy$.

Dans ces conditions: $Z = (x + iy)^2 - (x + iy)$

$$= (x^2 - y^2 + 2ixy) - x - iy$$

$$= (x^2 - y^2 - x) + i\,(2xy - y).$$

Ainsi, sous forme algébrique Z s'écrit: $Z = (x^2 - y^2 - x) + iy\,(2x - 1).$

2. Proposons deux nombres complexes z non nuls tels que Z soit un nombre réel:

Z est un nombre réel ssi: $y\,(2x - 1) = 0.$

Or: $y\,(2x - 1) = 0$ ssi $\begin{cases} y = 0 \\ \text{ou} \\ x = \dfrac{1}{2} \end{cases}.$

Nous pouvons ainsi proposer les deux nombres complexes suivants:

- $z_1 = 3$ (quand $y = 0$)

- $z_2 = \frac{1}{2} + 30i$ (quand $x = \frac{1}{2}$).

3. Proposons deux nombres complexes z non nuls tels que Z soit un imaginaire pur:

Z est un imaginaire pur ssi: $x^2 - y^2 - x = 0$.

Or: $x^2 - y^2 - x = 0$ quand, par exemple:
- $x = 1$ et $y = 0$,
- $x = 2$ et $y = \sqrt{2}$.

Nous pouvons ainsi proposer les deux nombres complexes suivants:

- $z_1 = 1$ (quand $x = 1$ et $y = 0$)
- $z_2 = 2 + i\sqrt{2}$ (quand $x = 2$ et $y = \sqrt{2}$).