

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

**TLE**

# Technologique Mathématiques

**Nombres Complexes  
Exercice de Synthèse**



**ÉNONCÉ DE L'EXERCICE**

## ÉNONCÉ

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $A_n$  le point d'affixe  $z_n$  défini par:

$$z_0 = 1 \text{ et } z_{n+1} = \left( \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i \right) z_n.$$

On définit la suite  $(r_n)$  par  $r_n = |z_n|$  pour tout entier naturel  $n$ .

1. Donner la forme exponentielle du nombre complexe  $\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i$ .

2. a. Montrer que la suite  $(r_n)$  est géométrique de raison  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

b. En déduire l'expression de  $r_n$  en fonction de  $n$ .

c. Que dire de la longueur  $OA_n$  lorsque  $n$  tend vers  $+\infty$  ?

3. a. Démontrer que le triangle  $OA_n A_{n+1}$  est rectangle en  $A_{n+1}$ .

b. On admet que:  $z_n = r_n e^{i\frac{n\pi}{6}}$ .

Déterminer les valeurs de  $n$  pour lesquelles  $A_n$  est un point de l'axe des ordonnées.

c. Compléter la figure en représentant les points  $A_6$ ,  $A_7$ ,  $A_8$  et  $A_9$ .

Les traits de construction seront apparents.

