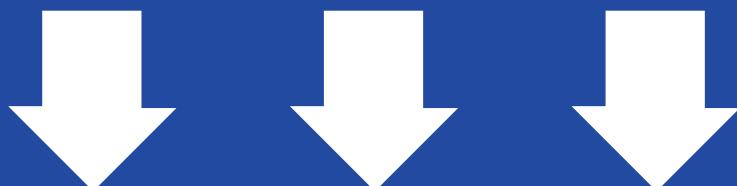


**TLE**  
**Technologique**  
**Mathématiques**  
**(STI2D & STL)**

**Calcul d'intégrales**



**MINI COURS**

## A. Définition d'une primitive $F$ de $f$ sur $I$ :

Soit  $f$  une fonction continue sur un intervalle  $I$ .

On appelle primitive de  $f$  sur  $I$  toute fonction  $F$  dérivable sur  $I$  telle que :

$$F' = f.$$

## B. Propriété :

Toute fonction continue sur un intervalle  $I$  admet des primitives.

## C. Les primitives $G$ de $f$ sur $I$ :

Soit  $F$  une primitive de la fonction  $f$  sur  $I$ .

Toutes les primitives  $G$  de  $f$  sur  $I$  sont de la forme :  $G(x) = F(x) + c, c \in \mathbb{R}$ .

## D. La primitive qui s'annule en " $a$ ":

Toutes les primitives  $G$  de  $f$  sur  $I$  sont de la forme :  $G(x) = F(x) + c, c \in \mathbb{R}$ .

Déterminer la primitive de  $f$  qui s'annule en " $a$ " revient à trouver le nombre réel " $c$ " tel que :  $G(a) = 0$ .

## E. Tableaux des primitives :

Tu dois connaître par ❤️ les primitives  $F$  des fonctions  $f$  suivantes.

## Tableau 1 :

$f$	$F$	$I$
$k$	$k \cdot x$	$\mathbb{R}$
$x^n$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>n \neq 0</math> et <math>n \neq -1</math></li> <li>si <math>n &gt; 0</math>: <math>\mathbb{R}</math></li> <li><math>] -\infty, 0 [</math> ou <math>] 0, +\infty [</math> si <math>n &lt; -1</math></li> </ul>
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$	$] 0, +\infty [$
$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{1}{x}$	$\mathbb{R}^*$
$e^x$	$e^x$	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{x}$	$\ln(x)$	$] 0, +\infty [$
$\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\mathbb{R}$
$\cos(x)$	$\sin(x)$	$\mathbb{R}$
$\ln(x)$	$x \ln(x) - x$	$] 0, +\infty [$

## Tableau 2 :

$f$	$F$	Conditions
$k \cdot u'$	$k \cdot u$	
$u' + v'$	$u + v$	
$u' \cdot u^n$	$\frac{u^{n+1}}{n+1}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>n \in \mathbb{N}</math></li> <li>• <math>n \neq 0</math></li> <li>• <math>n \neq -1</math></li> </ul>
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u}$	<b>u strictement positive sur I</b>
$\frac{u'}{u}$	$\ln(u)$	<b>u strictement positive sur I</b>
$\frac{u'}{u^n}$	$\frac{-1}{u^{n-1}}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>n \in \mathbb{N}</math></li> <li>• <math>n &gt; 1</math></li> <li>• <math>u \neq 0</math> sur I</li> </ul>
$u' e^u$	$e^u$	
$\sin(ax + b)$	$-\frac{1}{a} \cos(ax + b)$	$a \neq 0$
$\cos(ax + b)$	$\frac{1}{a} \sin(ax + b)$	$a \neq 0$

## F. Intégrale d'une fonction continue :

### 1. Définition :

Soit  $f$  une fonction continue sur  $[a ; b]$  et soit  $F$  une primitive de  $f$ :

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a).$$

### 2. Valeur moyenne :

Pour toute fonction  $f$  continue sur  $[a ; b]$ , la valeur moyenne de  $f$  sur  $[a ; b]$  est le réel  $\mu$  tel que :

$$\mu = \frac{1}{b - a} \cdot \int_a^b f(x) dx.$$

### 3. Propriétés essentielles :

- $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \cdot \int_0^a f(x) dx$ , quand  $f$  paire.

- $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ , quand  $f$  impaire.

- $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$ .

- $\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$ .

$$\bullet \int_a^b \lambda f(x) dx = \lambda \int_a^b f(x) dx.$$

$$\bullet \text{CHASLES: } \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx.$$