

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

log : Équations & Inéquations



MINI COURS

A. La fonction logarithme décimal :

1. Définition :

La fonction qui, à tout réel $x > 0$, associe le réel $\log(x)$ s'appelle **la fonction logarithme décimal**.

2. Ensemble de définition :

L'ensemble de définition de la fonction $f(x) = \log(x)$ est : $]0; +\infty[$.

3. Propriétés :

- Pour tout $b > 0$ et pour tout réel a : $10^a = b \iff a = \log(b)$
- $\log(1) = 0$
- $\log(10) = 1$
- Pour tout réel $a > 0$: $10^{\log(a)} = a$
- Pour tout réel a : $\log(10^a) = a$.

4. Propriétés algébriques :

Pour tous réels $x > 0$ et $y > 0$:

- $\log(xy) = \log(x) + \log(y)$
- $\log\left(\frac{1}{x}\right) = -\log(x)$
- $\log\left(\frac{x}{y}\right) = \log(x) - \log(y)$

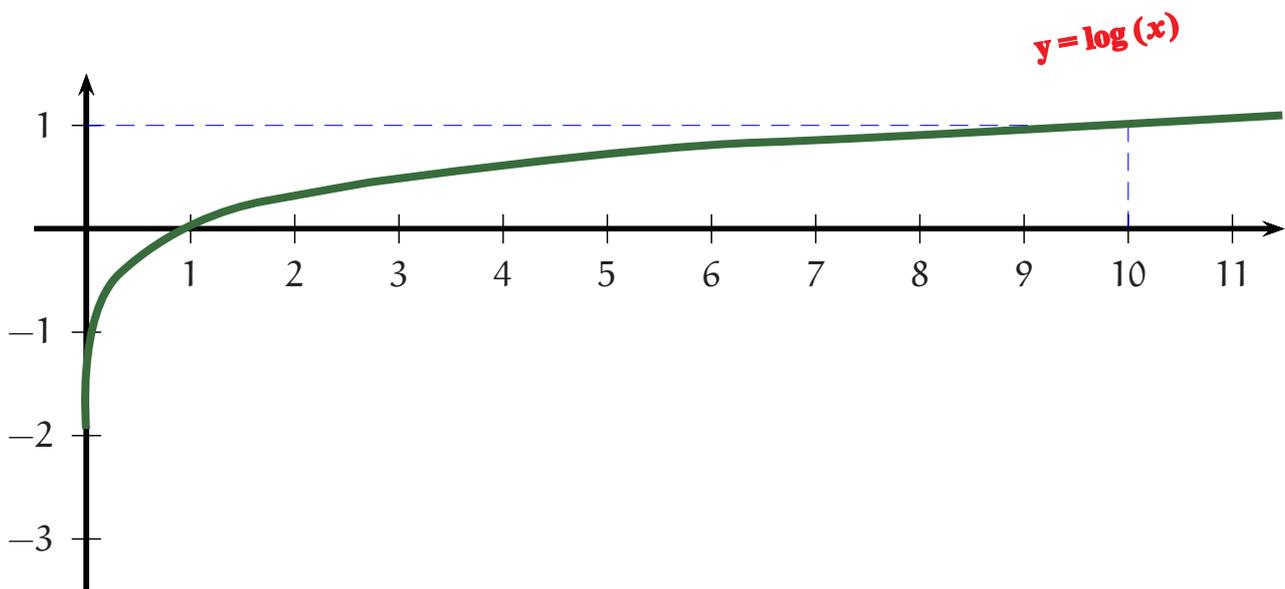
- $\log(x^n) = n \log(x)$.

B. Sens de variation de la fonction $y = \log(x)$:

1. Sens de variation :

La fonction "log" est **strictement croissante** sur $]0; +\infty[$.

2. Le graphique :



Freemaths : Tous droits réservés

3. Conséquences :

- $\log(x) < 0$ quand $x \in]0; 1[$
- $\log(x) = 0$ quand $x = 1$
- $\log(x) > 0$ quand $x > 1$ cad $x \in]1; +\infty[$.

C. Applications :

Comme la fonction **log** est **strictement croissante** sur $] 0 ; +\infty [$:

1. Pour résoudre une équation :

$$\log (a) = \log (b) \Leftrightarrow a = b.$$

2. Pour résoudre une inéquation :

- $\log (a) < \log (b) \Leftrightarrow a < b$

- $\log (a) > \log (b) \Leftrightarrow a > b$

- $\log (a) > 0 \Leftrightarrow a > 1$

- $\log (a) < 0 \Leftrightarrow 0 < a < 1.$