T^LE Technologique Mathématiques

(STI2D & STL)

Exponentielle exp(x) : Équations & Inéquations

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

ÉQUATIONS À RÉSOUDRE 5

CORRECTION

Résolvons dans IR les équations suivantes:

1. $e^{-x^2+3} = \dfrac{1}{e^{x+3}}$:

$e^{-x^2+3} = \dfrac{1}{e^{x+3}} \iff e^{-x^2+3} = e^{-x-3} \iff -x^2+3 = -x-3 \iff \mathbf{-x^2+x+6=0}.$

Soit l'équation: $-x^2+x+6=0$. $(ax^2+bx+c=0)$

- $\Delta = b^2 - 4ac = 25 = (5)^2 > 0$.
- Comme $\Delta > 0$, l'équation admet deux racines réelles distinctes:

  - $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1-5}{-2} = 3$,
  - $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1+5}{-2} = -2$.

L'équation $e^{-x^2+3} = \dfrac{1}{e^{x+3}}$ admet donc deux solutions distinctes: $x=-2$ et $x=3$.

2. $e^{x^2+x} = 1$:

$e^{x^2+x} = 1 \iff e^{x^2+x} = e^0 \iff x^2 + x = 0 \iff x(x+1) = 0$ cad $x = 0$ ou $x = -1$.

L'équation $e^{x^2+x} = 1$ admet donc comme solutions: $x = 0$ et $x = -1$.

3. $e^{-x^2} = \frac{1}{e^3}$:

$e^{-x^2} = \frac{1}{e^3} \iff e^{-x^2} \times e^3 = 1 \iff e^{-x^2+3} = e^0 \iff -x^2 + 3 = 0 \iff x^2 = 3$

cad $x = -\sqrt{3}$ ou $x = \sqrt{3}$.

L'équation $e^{-x^2} = \frac{1}{e^3}$ admet donc comme solutions: $x = -\sqrt{3}$ et $x = \sqrt{3}$.