Spé Maths
Terminale

Équations & Inéquations Trigonométriques

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

INÉQUATIONS AVEC cos (x) : ALLONS PLUS LOIN ...

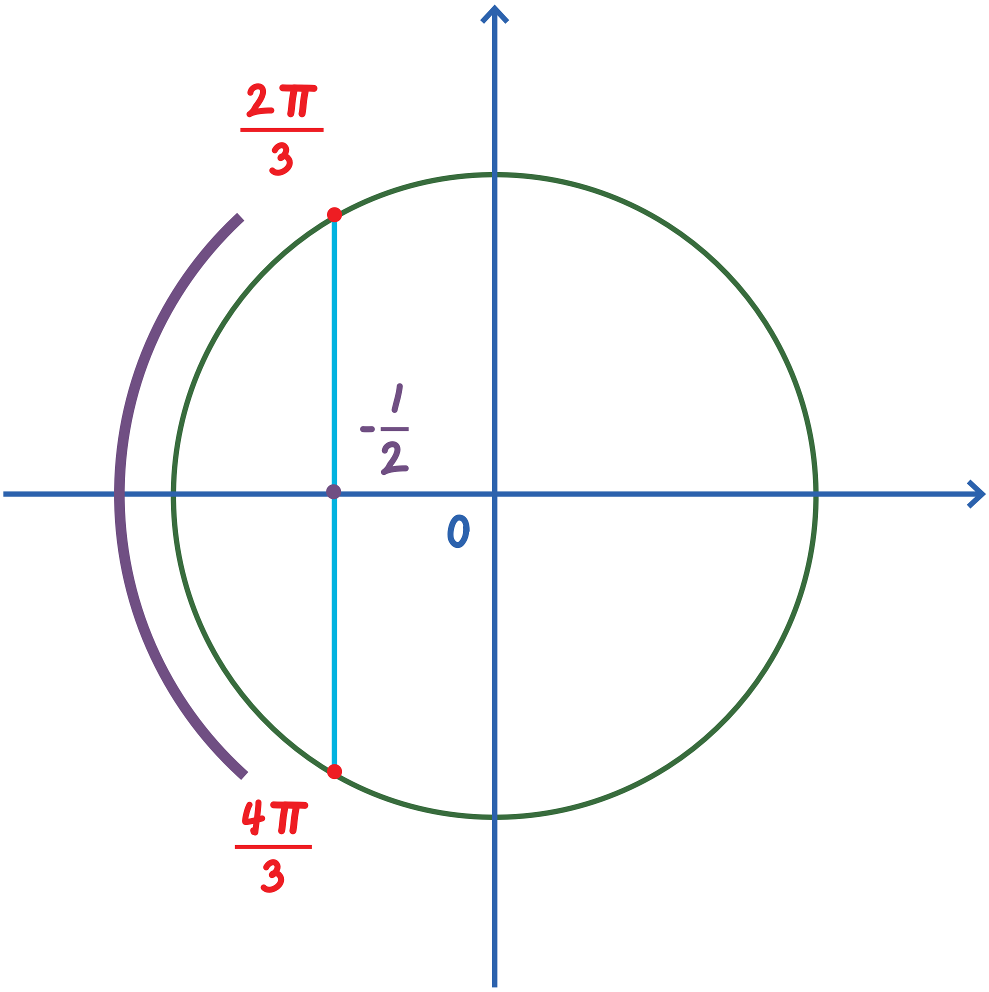
CORRECTION

1. Résolvons l'inéquation $\cos(x) \leq -\frac{1}{2}$ sur $I = [\,0\,;\,2\pi\,]$:

$\cos(x) \leq -\frac{1}{2} \iff \cos(x) \leq \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) \iff \cos(x) \leq \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$.

Une valeur simple pour laquelle $\cos(x) = -\frac{1}{2}$ est donc : $x = \frac{2\pi}{3}$.

Traçons un cercle trigonométrique pour trouver les autres valeurs sur la parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point correspondant à $\frac{2\pi}{3}$:



Sur $I = [\,0 \,;\, 2\pi\,]$, les valeurs retenues sont donc: $\frac{2\pi}{3}$ et $\frac{4\pi}{3}$ $\left(\frac{4\pi}{3} = \pi + \frac{\pi}{3}\right)$.

Notons que: les valeurs pour lesquelles $\cos(x) \leqslant -\frac{1}{2}$ sont les valeurs situées **à gauche de la droite verticale** **cad** **sur la zone en violet**.

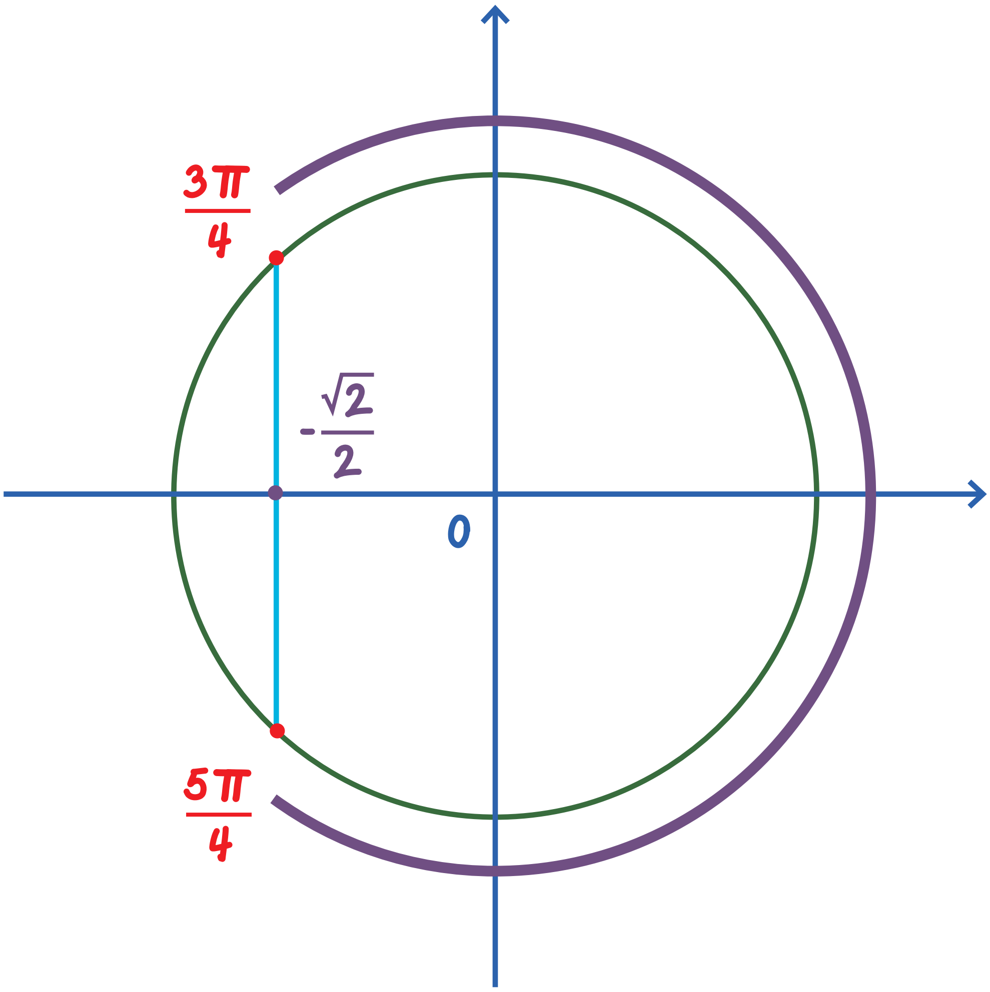
Au total: **sur $[\,0 \,;\, 2\pi\,]$**, $S = \left[\frac{2\pi}{3} \,;\, \frac{4\pi}{3}\right]$.

2. a. Résolvons l'inéquation $\cos(x) > -\frac{\sqrt{2}}{2}$ sur $I = [\,0 \,;\, 2\pi\,]$:

$\cos(x) > -\frac{\sqrt{2}}{2}$ <=> $\cos(x) > \cos\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right)$ <=> $\cos(x) > \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$.

Une valeur simple pour laquelle $\cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ est donc: $x = \frac{3\pi}{4}$.

Traçons un cercle trigonométrique pour trouver les autres valeurs sur la parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point correspondant à $\frac{3\pi}{4}$:



Sur $I = [0; 2\pi]$, les valeurs retenues sont donc: $\frac{3\pi}{4}$ et $\frac{5\pi}{4}$ $\left(\frac{5\pi}{4} = \pi + \frac{\pi}{4}\right)$.

Notons que: les valeurs pour lesquelles $\cos(x) > -\frac{\sqrt{2}}{2}$ sont les valeurs situées **à droite de la droite verticale cad sur la zone en violet**.

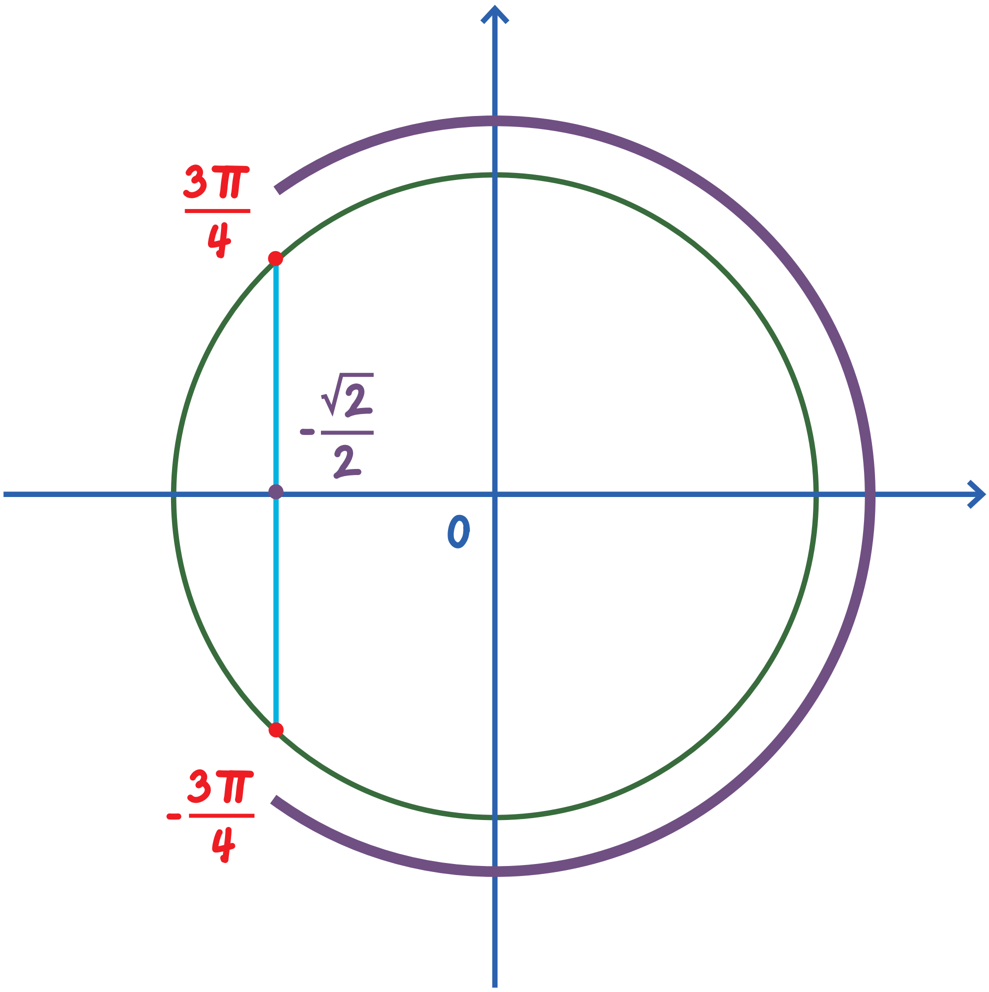
Au total: sur $[0; 2\pi]$, $S = \left[0; \frac{3\pi}{4}\right[\cup \left]\frac{5\pi}{4}; 2\pi\right]$.

2. b. Résolvons l'inéquation $\cos(x) > -\frac{\sqrt{2}}{2}$ sur $I =]-\pi\,;\,\pi]$:

$\cos(x) > -\frac{\sqrt{2}}{2}$ <=> $\cos(x) > \cos\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right)$ <=> $\cos(x) > \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$.

Une valeur simple pour laquelle $\cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ est donc: $x = \frac{3\pi}{4}$.

Traçons un cercle trigonométrique pour trouver les autres valeurs sur la parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point correspondant à $\frac{3\pi}{4}$:



Sur $I =]-\pi\,;\,\pi]$, les valeurs retenues sont donc: $-\frac{3\pi}{4}$ et $\frac{3\pi}{4}$.

Notons que: les valeurs pour lesquelles $\cos(x) > -\frac{\sqrt{2}}{2}$ sont les valeurs situées **à droite de la droite verticale cad sur la zone en violet**.

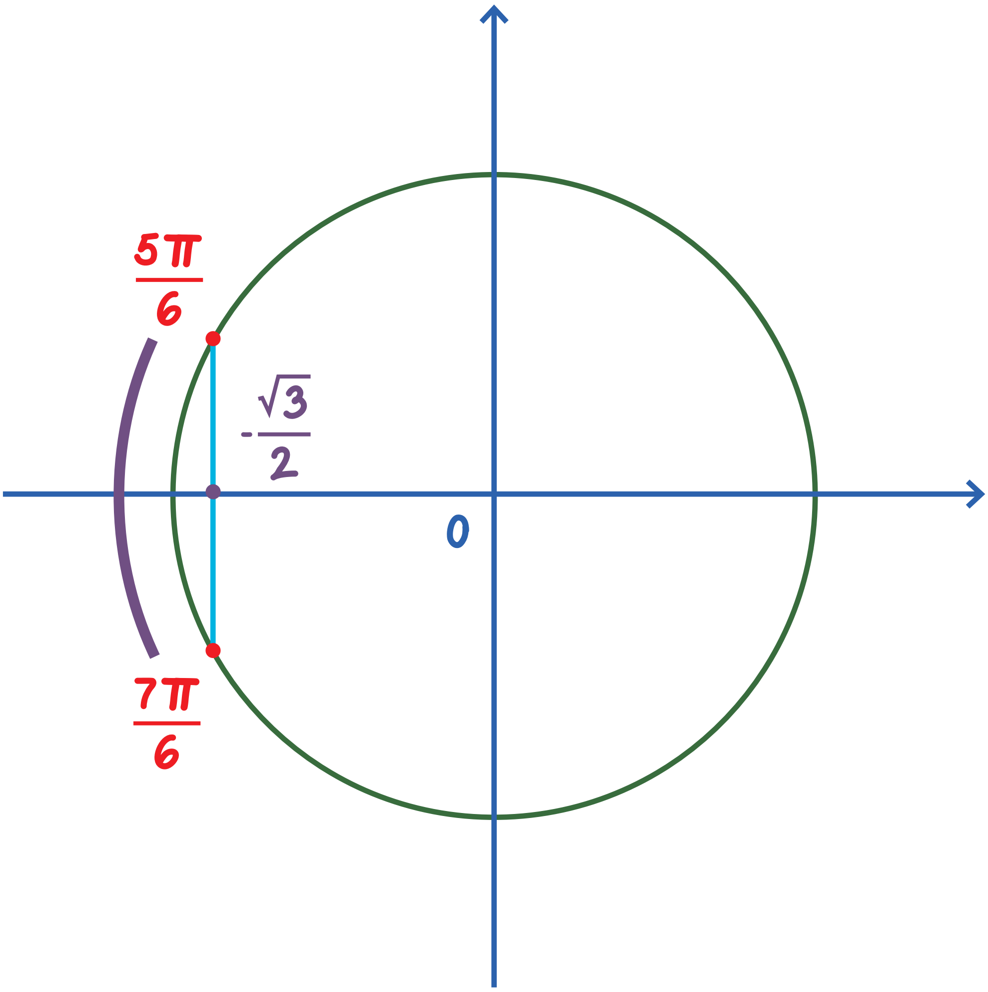
Au total: **sur $]-\pi\,;\pi]$,** $S = \left]-\frac{3\pi}{4}\,;\frac{3\pi}{4}\right[$.

3. Résolvons l'inéquation $\cos(x) \leqslant -\frac{\sqrt{3}}{2}$ sur $I = [\,0\,;2\pi\,[$:

$\cos(x) \leqslant -\frac{\sqrt{3}}{2} \iff \cos(x) \leqslant \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) \iff \cos(x) \leqslant \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$.

Une valeur simple pour laquelle $\cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ est donc: $x = \frac{5\pi}{6}$.

Traçons un cercle trigonométrique pour trouver les autres valeurs sur la parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point correspondant à $\frac{5\pi}{6}$:



Sur $I = [\,0\,; 2\pi\,[$, les valeurs retenues sont donc : $\frac{5\pi}{6}$ et $\frac{7\pi}{6}$ $\left(\frac{7\pi}{6} = \pi + \frac{\pi}{6}\right)$.

Notons que : les valeurs pour lesquelles $\cos(x) \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}$ sont les valeurs situées **à gauche de la droite verticale cad sur la zone en violet**.

Au total : sur $[\,0\,; 2\pi\,[$, $S = \left[\frac{5\pi}{6}\,; \frac{7\pi}{6}\right]$.