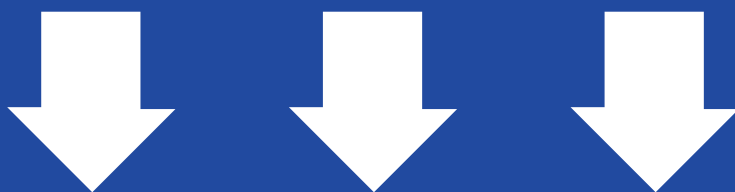


Spé Maths

Terminale

Suites
arithmético-géométriques



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

SYSTÈME DE FILTRATION

ÉNONCÉ

Des algues prolifèrent dans un étang. Pour s'en débarrasser, le propriétaire installe un système de filtration.

En journée, la masse d'algues augmente de 2%, puis à la nuit tombée, le propriétaire actionne pendant une heure le système de filtration qui retire 100 kg d'algues.

Le propriétaire estime que la masse d'algues dans l'étang au matin de l'installation du système de filtration est de 2 000 kg.

On modélise par a_n la masse d'algues dans l'étang, exprimée en kg, après utilisation du système de filtration pendant n jours; ainsi: $a_0 = 2\,000$.

1. Vérifier par le calcul que la masse a_2 d'algues après deux jours de fonctionnement du système de filtration est de 1878,8 kg.

2. On affirme que pour tout entier naturel n : $a_{n+1} = 1,02a_n - 100$.

a. Justifier cette relation.

b. On considère la suite (b_n) définie pour tout nombre entier naturel n par:

$$b_n = a_n - 5000.$$

Démontrer que la suite (b_n) est géométrique. Préciser son premier terme b_0 et sa raison.

c. En déduire, pour tout entier naturel n , une expression de b_n en fonction de n , puis montrer que: $a_n = 5000 - 3000 \times 1,02^n$.

d. En déterminant la limite de la suite (a_n) , justifier que les algues finissent par disparaître.

3. a. Recopier et compléter l'algorithme suivant afin qu'il détermine le nombre de jours nécessaires à la disparition des algues:

```

N ← 0
A ← 2000
Tant que ...
    A ← ...
    N ← N+1
Fin Tant que
Afficher ...

```

b. Quel est le résultat renvoyé par l'algorithme ?

4. a. Résoudre par le calcul l'inéquation: $5000 - 3000 \times 1,02^n \leq 0$.

b. Quel résultat précédemment obtenu retrouve-t-on ?