Spé Maths
Terminale

Raisonner par Récurrence

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

MINORANT PAR RÉCURRENCE

4

CORRECTION

Montrons par récurrence que la suite (U_n) admet $m = 0$ comme minorant strict:

D'après le cours, la suite (U_n) est minorée par m ssi, pour tout entier naturel n: $U_n \geqslant m$.

Nous allons montrer par récurrence que:

" pour tout entier naturel n: $U_n > 0$ ".

Initialisation: • $U_0 = 2 > 0$.

Donc vrai au rang " 0 ".

• $U_1 = \dfrac{2}{1+2} = \dfrac{2}{3} > 0$.

Donc vrai au rang " 1 ".

Hérédité: Soit $n \in \mathbb{N}$, supposons que $U_n > 0$

et montrons qu'alors $U_{n+1} > 0$.

Supposons: $U_n > 0$, pour un entier naturel n fixé.

(1)

(1) $\Rightarrow U_n > 0$ **et** $1 + U_n > 1$

$$\Rightarrow \frac{U_n}{1 + U_n} > \frac{0}{1}$$

$$\Rightarrow U_{n+1} > 0.$$

Conclusion: Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $U_n > 0$.

Ainsi: **la suite (U_n) est bien strictement minorée par $m = 0$.**