

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Spé Maths

## Terminale

Raisonner par **Ré**ccurrence



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

# MINORANT PAR RÉCURRENCE

2

## CORRECTION

Montrons par récurrence que la suite  $(U_n)$  admet  $m = 4$  comme minorant:

D'après le cours, la suite  $(U_n)$  est **minorée** par  $m$  ssi, pour tout entier naturel  $n$ :  $U_n \geq m$ .

Nous allons montrer par récurrence que:

" pour tout entier naturel  $n$ :  $U_n \geq 4$  ".

**Initialisation:** •  $U_0 = 5 \geq 4$ .

Donc vrai au rang " 0 ".

$$\bullet U_1 = \frac{1}{2} \times 5 + 2 = 4,5 \geq 4.$$

Donc vrai au rang " 1 ".

**Hérédité:** Soit  $n \in \mathbb{N}$ , supposons que  $U_n \geq 4$   
et montrons qu'alors  $U_{n+1} \geq 4$ .

**Supposons:**  $U_n \geq 4$ , pour un entier naturel  $n$  fixé.

(1)

$$(1) \Rightarrow \frac{1}{2} \times U_n \geq \frac{1}{2} \times 4$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} U_n \geq 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} U_n + 2 \geq 2 + 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} U_n + 2 \geq 4$$

$$\Rightarrow U_{n+1} \geq 4.$$

**Conclusion:** Pour tout entier  $n \in \mathbb{N}$ ,  $U_n \geq 4$ .

**Ainsi:** la suite  $(U_n)$  est bien minorée par  $m = 4$ .