

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Raisonner par **Ré**ccurrence



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

MINORANT PAR RÉCURRENCE

1

CORRECTION

Montrons par récurrence que la suite (U_n) admet $m = 8$ comme minorant:

D'après le cours, la suite (U_n) est **minorée** par m ssi, pour tout entier naturel n : $U_n \geq m$.

Nous allons montrer par récurrence que:

" pour tout entier naturel n : $U_n \geq 8$ ".

Initialisation: • $U_0 = 10 \geq 8$.

Donc vrai au rang " 0 ".

$$\bullet U_1 = \frac{1}{4} \times 10 + 6 = 10 \geq 8.$$

Donc vrai au rang " 1 ".

Hérédité: Soit $n \in \mathbb{N}$, supposons que $U_n \geq 8$
et montrons qu'alors $U_{n+1} \geq 8$.

Supposons: $U_n \geq 8$, pour un entier naturel n fixé.

(1)

$$(1) \Rightarrow \frac{1}{4} \times U_n \geq \frac{1}{4} \times 8$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} U_n \geq 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} U_n + 6 \geq 2 + 6$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} U_n + 6 \geq 8$$

$$\Rightarrow U_{n+1} \geq 8.$$

Conclusion: Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $U_n \geq 8$.

Ainsi: la suite (U_n) est bien minorée par $m = 8$.