

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Spé Maths

## Terminale

Raisonner par **Ré**ccurrence



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

# MAJORANT PAR RÉCURRENCE

3

## CORRECTION

Montrons par récurrence que la suite  $(U_n)$  admet  $M = 1$  comme majorant:

D'après le cours, la suite  $(U_n)$  est **majorée** par  $M$  ssi, pour tout entier naturel  $n$ :  $U_n \leq M$ .

Nous allons montrer par récurrence que:

" pour tout entier naturel  $n$ :  $U_n \leq 1$  ".

**Initialisation:** •  $U_0 = -1 \leq 1$ .

Donc vrai au rang " 0 ".

•  $U_1 = 0,2 \times (-1) + 0,6 = 0,4 \leq 1$ .

Donc vrai au rang " 1 ".

**Hérédité:** Soit  $n \in \mathbb{N}$ , supposons que  $U_n \leq 1$   
et montrons qu'alors  $U_{n+1} \leq 1$ .

**Supposons:**  $U_n \leq 1$ , pour un entier naturel  $n$  fixé.

(1)

$$(1) \Rightarrow 0,2 \times U_n \leq 0,2 \times 1$$

$$\Rightarrow 0,2 U_n \leq 0,2$$

$$\Rightarrow 0,2 U_n + 0,6 \leq 0,2 + 0,6$$

$$\Rightarrow 0,2 U_n + 0,6 \leq 0,8 \leq 1$$

$$\Rightarrow U_{n+1} \leq 1.$$

**Conclusion:** Pour tout entier  $n \in \mathbb{N}$ ,  $U_n \leq 1$ .

**Ainsi:** la suite  $(U_n)$  est bien majorée par  $M = 1$ .