

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Raisonner par **Ré**ccurrence



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

MAJORANT PAR RÉCURRENCE

2

CORRECTION

Montrons par récurrence que la suite (U_n) admet $M = 8$ comme majorant:

D'après le cours, la suite (U_n) est **majorée** par M ssi, pour tout entier naturel n : $U_n \leq M$.

Nous allons montrer par récurrence que:

" pour tout entier naturel n : $U_n \leq 8$ ".

Initialisation: • $U_0 = 1 \leq 8$.

Donc vrai au rang " 0 ".

• $U_1 = 0,75 \times 1 + 2 = 2,75 \leq 8$.

Donc vrai au rang " 1 ".

Hérédité: Soit $n \in \mathbb{N}$, supposons que $U_n \leq 8$
et montrons qu'alors $U_{n+1} \leq 8$.

Supposons: $U_n \leq 8$, pour un entier naturel n fixé.

(1)

$$(1) \Rightarrow 0,75 \times U_n \leq 0,75 \times 8$$

$$\Rightarrow 0,75 U_n \leq 6$$

$$\Rightarrow 0,75 U_n + 2 \leq 6 + 2$$

$$\Rightarrow 0,75 U_n + 2 \leq 8$$

$$\Rightarrow U_{n+1} \leq 8.$$

Conclusion: Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $U_n \leq 8$.

Ainsi: la suite (U_n) est bien majorée par $M = 8$.