

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Raisonner par **Ré**ccurrence



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

MAJORANT PAR RÉCURRENCE

1

CORRECTION

Montrons par récurrence que la suite (U_n) admet $M = 10$ comme majorant:

D'après le cours, la suite (U_n) est **majorée** par M ssi, pour tout entier naturel n : $U_n \leq M$.

Nous allons montrer par récurrence que:

" pour tout entier naturel n : $U_n \leq 10$ ".

Initialisation: • $U_0 = 2 \leq 10$.

Donc vrai au rang " 0 ".

• $U_1 = 0,3 \times 2 + 7 = 7,6 \leq 10$.

Donc vrai au rang " 1 ".

Hérédité: Soit $n \in \mathbb{N}$, supposons que $U_n \leq 10$
et montrons qu'alors $U_{n+1} \leq 10$.

Supposons: $U_n \leq 10$, pour un entier naturel n fixé.

(1)

$$(1) \Rightarrow 0,3 \times U_n \leq 0,3 \times 10$$

$$\Rightarrow 0,3 U_n \leq 3$$

$$\Rightarrow 0,3 U_n + 7 \leq 3 + 7$$

$$\Rightarrow 0,3 U_n + 7 \leq 10$$

$$\Rightarrow U_{n+1} \leq 10.$$

Conclusion: Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $U_n \leq 10$.

Ainsi: la suite (U_n) est bien majorée par $M = 10$.