

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Raisonner par **Ré**ccurrence



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

MAJORANT

4

CORRECTION

1. Montrons que la suite (U_n) admet $M = 30$ comme majorant strict:

D'après le cours, la suite (U_n) est **majorée** par M ssi, pour tout entier naturel n : $U_n \leq M$.

Pour tout entier naturel n , étudions la différence: $U_n - 30$.

$$\begin{aligned} U_n - 30 &= \frac{30n}{25+n} - 30 \\ &= \frac{30n - 30(25+n)}{25+n} \\ &= \frac{-750}{25+n} < 0, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}. \end{aligned}$$

En conclusion: la suite (U_n) admet bien $M = 30$ comme majorant strict.

2. Déterminons le sens de variation de (U_n) :

Pour cela, nous allons déterminer le signe de $U_{n+1} - U_n$.

$$U_{n+1} - U_n = \frac{30(n+1)}{25+(n+1)} - \frac{30n}{25+n}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{30(n+1)(25+n) - 30n(25+(n+1))}{[25+(n+1)] \times [25+n]} \\
&= 30 \times \frac{25n + n^2 + 25 + n - 25n - n^2 - n}{[25+(n+1)] \times [25+n]} \\
&= \frac{750}{[n+26] \times [n+25]} > 0, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}.
\end{aligned}$$

La suite (U_n) est donc: **strictement croissante**.

3. La suite (U_n) est-elle convergente ?

D'après le cours, toute suite croissante et majorée est **convergente**.

Or ici:

- (U_n) est strictement majorée par **$M = 30$** .
- (U_n) est **strictement croissante**.

Donc: **OUI**, la suite (U_n) est convergente.