

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Spé Maths

## Terminale

Raisonner par **Ré**ccurrence



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

## MAJORANT

2

## CORRECTION

1. a. Calculons  $u_0, u_1, u_2, u_3$  et  $u_4$ :

Nous savons que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ :  $u_n = \frac{n-1}{n^2+1}$ .

Dans ces conditions: •  $u_0 = -1$

•  $u_1 = 0$

•  $u_2 = \frac{1}{5}$

•  $u_3 = \frac{1}{5}$

•  $u_4 = \frac{3}{17} < \frac{1}{5}$ .

Ainsi:  $u_0 = -1, u_1 = 0, u_2 = \frac{1}{5}, u_3 = \frac{1}{5}, u_4 = \frac{3}{17} < \frac{1}{5}$ .

1. b. Que dire a priori ?

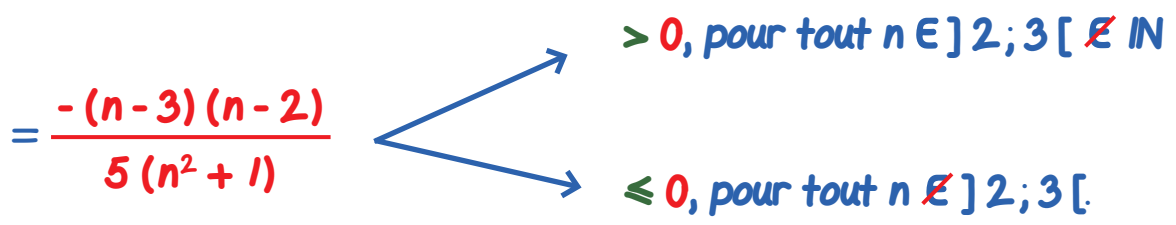
- A priori:
- la suite  $(U_n)$  semble croissante jusqu'à  $n = 3$ , puis décroissante au delà,
  - la suite  $(U_n)$  semble majorée par  $M = \frac{1}{5}$ .

2. Montrons que la suite  $(U_n)$  admet  $M = \frac{1}{5}$  comme majorant:

D'après le cours, la suite  $(U_n)$  est majorée par  $M$  ssi, pour tout entier naturel  $n$ :  $U_n \leq M$ .

Pour tout entier naturel  $n$ , étudions la différence:  $U_n - \frac{1}{5}$ .

$$\begin{aligned}
 U_n - \frac{1}{5} &= \frac{n-1}{n^2+1} - \frac{1}{5} \\
 &= \frac{n-1}{n^2+1} - \frac{1}{5} \left( \frac{n^2-1}{n^2+1} \right) \\
 &= \frac{-n^2+5n-6}{5(n^2+1)} \\
 &= \frac{-(n^2-5n+6)}{5(n^2+1)} \\
 &= \frac{-(n-3)(n-2)}{5(n^2+1)} \quad (\Delta = 25 - 24 = 1)
 \end{aligned}$$



En conclusion: la suite  $(U_n)$  admet bien  $M = \frac{1}{5}$  comme majorant.

Freemaths: Tous droits réservés