

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

# Spé Maths

## Terminale

Raisonner par **Ré**ccurrence



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

## MAJORANT

1

## CORRECTION

1. a. Calculons  $U_0$ ,  $U_1$ ,  $U_2$  et  $U_3$ :

Nous savons que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ :  $U_n = \frac{2n+3}{n+1}$ .

Dans ces conditions: •  $U_0 = 3$

$$\bullet U_1 = \frac{5}{2}$$

$$\bullet U_2 = \frac{7}{3}$$

$$\bullet U_3 = \frac{9}{4}$$

Ainsi:  $U_0 = 3$ ,  $U_1 = \frac{5}{2}$ ,  $U_2 = \frac{7}{3}$ ,  $U_3 = \frac{9}{4}$ .

1. b. Que dire a priori ?

A priori: • la suite  $(U_n)$  semble décroissante,

• la suite  $(U_n)$  semble majorée par  $M = 3$ .

2. Montrons que la suite  $(U_n)$  admet  $M = 3$  comme majorant:

D'après le cours, la suite  $(U_n)$  est majorée par  $M$  ssi, pour tout entier naturel  $n$ :  $U_n \leq M$ .

Pour tout entier naturel  $n$ , étudions la différence:  $U_n - 3$ .

$$\begin{aligned} U_n - 3 &= \frac{2n+3}{n+1} - 3 \\ &= \frac{2n+3}{n+1} - \frac{3n+3}{n+1} \\ &= \frac{-n}{n+1} \leq 0, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}. \end{aligned}$$

En conclusion: la suite  $(U_n)$  admet bien  $M = 3$  comme majorant.