Spé Maths
Terminale

Limite d'une Suite

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

GENDARMES 9

CORRECTION

1. Déterminons la limite en $+\infty$ de la suite (U_n):

Ici: $U_n = \dfrac{1}{n + \cos(n)}$, pour tout entier naturel $n > 1$.

D'après le cours, nous savons que: $\cos(n) \in [-1 ; 1]$.

Dans ces conditions, nous pouvons écrire: $-1 \leqslant \cos(n) \leqslant 1$

$$\iff -1 + n \leqslant n + \cos(n) \leqslant 1 + n$$

$$\iff \frac{1}{1+n} \leqslant \frac{1}{n + \cos(n)} \leqslant \frac{1}{-1+n}$$

$$\iff \frac{1}{1+n} \leqslant U_n \leqslant \frac{1}{-1+n}.$$

Or: • $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} \frac{1}{1+n} = 0$

• $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} \frac{1}{-1+n} = 0.$

Ainsi, d'après le théorème des gendarmes, nous pouvons affirmer que:

$$\lim_{n \to +\infty} U_n = 0.$$

2. Concluons:

Comme $\lim_{n \to +\infty} U_n = 0$, nous pouvons affirmer que: la suite (U_n) est convergente et converge vers 0.