

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Limite d'une Suite



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LA NATURE D'UNE SUITE (U_n)

6

CORRECTION

Préalablement, notons que déterminer la nature d'une suite revient à dire si la suite est convergente ou divergente.

1. Déterminons la nature de la suite (U_n) :

Ici: $U_n = \sqrt{n} (n^2 + 2n)$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n} (n^2 + 2n).$$

Or: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n} (n^2 + 2n) = +\infty \quad (+\infty \times +\infty)$.

Dans ces conditions: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$.

En conclusion, comme $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$: la suite (U_n) est **divergente**.

2. Déterminons la nature de la suite (U_n) :

Ici: $U_n = (2 - 5n)\sqrt{n}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} (2 - 5n)\sqrt{n}.$$

$$\text{Or: } \lim_{n \rightarrow +\infty} (2 - 5n)\sqrt{n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} 2\sqrt{n} - 5n\sqrt{n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} n \left(\frac{2}{\sqrt{n}} - 5\sqrt{n} \right)$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} -5n\sqrt{n} \quad \left(\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2}{\sqrt{n}} = 0 \right)$$

$$= -\infty.$$

Dans ces conditions: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = -\infty.$

En conclusion, comme $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = -\infty$: la suite (U_n) est **divergente**.