

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Limite d'une Suite



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LA NATURE D'UNE SUITE (U_n)

4

CORRECTION

Préalablement, notons que déterminer la nature d'une suite revient à dire si la suite est convergente ou divergente.

1. Déterminons la nature de la suite (U_n) :

Ici: $U_n = \frac{2n+4}{\frac{1}{n}-5}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n+4}{\frac{1}{n}-5}$$

Or: • $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2n+4 = \lim_{n \rightarrow +\infty} n \left(2 + \frac{4}{n} \right)$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} 2n = +\infty \quad \left(\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4}{n} = 0 \right)$$

• $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} - 5 = \lim_{n \rightarrow +\infty} -5 = -5 \quad \left(\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0 \right)$

Dans ces conditions: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = -\infty$ $\left(\frac{+\infty}{-5} \right)$.

En conclusion, comme $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = -\infty$: la suite (U_n) est **divergente**.

2. Déterminons la nature de la suite (U_n) :

Ici: $U_n = \frac{-3}{2n^2 + n + 1}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-3}{2n^2 + n + 1}$$

Or: • $\lim_{n \rightarrow +\infty} -3 = -3$.

• $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2n^2 + n + 1 = \lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \left(2 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \right)$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} 2n^2 \left(\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2} = 0 \right)$$

$$= +\infty.$$

Dans ces conditions: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$ $\left(\frac{-3}{+\infty} \right)$.

En conclusion, comme $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$, limite finie: la suite (U_n) est

convergente et converge vers 0.