# Spé Maths
## Terminale

# Limite d'une Suite

## CORRIGÉ DE L'EXERCICE

# LA NATURE D'UNE SUITE ( $U_n$ ) 3

## CORRECTION

Préalablement, notons que déterminer la nature d'une suite revient à dire si la suite est convergente ou divergente.

1. Déterminons la nature de la suite ( $U_n$ ):

Ici: $U_n = \frac{9^n - 3}{3^n + 5}$ <=> $U_n = \frac{9^n\left(1 - \frac{3}{9^n}\right)}{3^n\left(1 + \frac{5}{3^n}\right)}$

<=> $U_n = \left(\frac{9}{3}\right)^n \times \frac{\left(1 - \frac{3}{9^n}\right)}{\left(1 + \frac{5}{3^n}\right)}$

<=> $U_n = 3^n \times \frac{\left(1 - \frac{3}{9^n}\right)}{\left(1 + \frac{5}{3^n}\right)}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

$\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \lim\limits_{n \to +\infty} 3^n \times \frac{\left(1 - \frac{3}{9^n}\right)}{\left(1 + \frac{5}{3^n}\right)}$.

Or: • $\lim\limits_{n \to +\infty} -\dfrac{3}{9^n} = 0.$

• $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{5}{3^n} = 0.$

Dans ces conditions: $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \lim\limits_{n \to +\infty} 3^n \times \left(\dfrac{1}{1}\right)$

$$= +\infty.$$

En conclusion, comme $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = +\infty$: la suite $(U_n)$ est divergente.

2. Déterminons la nature de la suite $(U_n)$:

Ici: $U_n = 2^n - 3^n \iff U_n = 3^n\left(\left(\dfrac{2}{3}\right)^n - 1\right)$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

$$\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \lim\limits_{n \to +\infty} 3^n\left(\left(\dfrac{2}{3}\right)^n - 1\right).$$

Or: $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\dfrac{2}{3}\right)^n = 0$ ( car: $\dfrac{2}{3} < 1$ ).

Dans ces conditions: $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \lim\limits_{n \to +\infty} 3^n (0 - 1)$

$$= -\infty.$$

En conclusion, comme $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = -\infty$: la suite $(U_n)$ est divergente.