

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Limite d'une Suite



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LA NATURE D'UNE SUITE (U_n)

1

CORRECTION

Préalablement, notons que déterminer la nature d'une suite revient à dire si la suite est convergente ou divergente.

1. Déterminons la nature de la suite (U_n) :

$$\text{Ici: } U_n = \frac{2n^2}{3n^3 + 7n^2}, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}^*.$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2}{3n^3 + 7n^2}.$$

$$\text{Or: } \bullet \lim_{n \rightarrow +\infty} 2n^2 = \lim_{n \rightarrow +\infty} 2n^2.$$

$$\bullet \lim_{n \rightarrow +\infty} 3n^3 + 7n^2 = \lim_{n \rightarrow +\infty} n^3 \left(3 + \frac{7}{n} \right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} 3n^3 \left(\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7}{n} = 0 \right).$$

$$\text{Dans ces conditions: } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2}{3n^3}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2}{3n}$$

$$= 0.$$

En conclusion, comme $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$, limite finie: la suite (U_n) est

convergente et converge vers 0.

2. Déterminons la nature de la suite (U_n) :

Ici: $U_n = \frac{3n^3 + 7n^2}{2n^2}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^3 + 7n^2}{2n^2}.$$

Or: • $\lim_{n \rightarrow +\infty} 3n^3 + 7n^2 = \lim_{n \rightarrow +\infty} n^3 \left(3 + \frac{7}{n} \right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} 3n^3 \left(\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7}{n} = 0 \right).$

• $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2n^2 = \lim_{n \rightarrow +\infty} 2n^2.$

Dans ces conditions: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^3 + 7n^2}{2n^2}$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^3}{2n^2}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n}{2}$$

$$= +\infty.$$

En conclusion, comme $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$: la suite (U_n) est **divergente**.