Spé Maths
Terminale

Limite d'une Suite

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LIMITE DE LA SUITE (U_n) EN $+\infty$

7

CORRECTION

1. Étudions la limite de la suite (U_{1n}) en $+\infty$:

Ici: $U_{1n} = (6n^3 - 3)(\sqrt{n} - 2)$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

$$\lim_{n \to +\infty} U_{1n} = \lim_{n \to +\infty} (6n^3 - 3)(\sqrt{n} - 2).$$

Or:

- $\lim\limits_{n \to +\infty} 6n^3 - 3 = \lim\limits_{n \to +\infty} n^3\left(6 - \dfrac{3}{n^3}\right) = +\infty$ $\left(\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{-3}{n^3} = 0^-\right)$
- $\lim\limits_{n \to +\infty} \sqrt{n} - 2 = \lim\limits_{n \to +\infty} \sqrt{n}\left(1 - \dfrac{2}{\sqrt{n}}\right) = +\infty$ $\left(\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{-2}{\sqrt{n}} = 0^-\right)$.

Dans ces conditions: $\lim\limits_{n \to +\infty} U_{1n} = (+\infty) \times (+\infty) = +\infty$.

2. Étudions la limite de la suite (U_{2n}) en $+\infty$:

Ici: $U_{2n} = (-n^2 - 1)\sqrt{n^2 + 7}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

$$\lim_{n \to +\infty} U_{2n} = \lim_{n \to +\infty} (-n^2 - 1)\sqrt{n^2 + 7}.$$

Or: • $\lim\limits_{n \to +\infty} -n^2 - 1 = \lim\limits_{n \to +\infty} n^2\left(-1 - \frac{1}{n^2}\right) = -\infty \quad \left(\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{-1}{n^2} = 0^-\right)$

• $\lim\limits_{n \to +\infty} \sqrt{n^2 + 7} = \lim\limits_{n \to +\infty} \sqrt{n^2\left(1 + \frac{7}{n^2}\right)}$

$$= \lim\limits_{n \to +\infty} n\sqrt{1 + \frac{7}{n^2}}$$

$$= +\infty \quad \left(\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{7}{n^2} = 0^+\right).$$

Dans ces conditions: $\lim\limits_{n \to +\infty} U_{2n} = (-\infty) \times (+\infty) = -\infty.$