

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Limite d'une Suite



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LIMITE DE LA SUITE (U_n) EN $+\infty$

4

CORRECTION

1. Étudions la limite de la suite (U_n) en $+\infty$:

Ici: $U_n = n - 5\sqrt{n}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n &= \lim_{n \rightarrow +\infty} n - 5\sqrt{n} \\ &= (+\infty) - (+\infty). \end{aligned}$$

Il s'agit d'une forme indéterminée.

$$\text{Or: } U_n = n - 5\sqrt{n} \iff U_n = n \left(1 - \frac{5}{\sqrt{n}} \right). \quad (n \neq 0)$$

$$\text{Et: } \bullet \lim_{n \rightarrow +\infty} n = +\infty$$

$$\bullet \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-5}{\sqrt{n}} = 0^-.$$

$$\text{Dans ces conditions: } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = (+\infty) \times (1 + 0^-) = +\infty.$$

2. Étudions la limite de la suite (U_{2n}) en $+\infty$:

Ici: $u_{2n} = \frac{1}{n} - \sqrt{n}$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_{2n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n} - \sqrt{n} \right).$$

Or: • $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0^+$

• $\lim_{n \rightarrow +\infty} -\sqrt{n} = -\infty.$

Dans ces conditions: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_{2n} = (0^+) + (-\infty) = -\infty.$