Spé Maths
Terminale

Limite d'une Suite

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LIMITE FINIE EN $+\infty$ — 1

CORRECTION

1. Étudions la limite de la suite (U_n) en $+\infty$:

Ici: $U_n = \dfrac{n^2 - 10n + 16}{n^2 - 9n + 8}$, pour tout entier naturel $n > 8$.

$$\lim_{n \to +\infty} U_n = \lim_{n \to +\infty} \frac{n^2 - 10n + 16}{n^2 - 9n + 8}.$$

Or:

- $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} n^2 - 10n + 16 = \lim_{n \to +\infty} n^2 \left(1 - \frac{10}{n} + \frac{16}{n^2}\right)$ $(n \neq 0)$

- $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} n^2 - 9n + 8 = \lim_{n \to +\infty} n^2 \left(1 - \frac{9}{n} + \frac{8}{n^2}\right)$ $(n \neq 0)$.

Et:

- $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} \frac{-10}{n} = 0^-$ et $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} \frac{16}{n^2} = 0^+$

- $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} \frac{-9}{n} = 0^-$ et $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} \frac{8}{n^2} = 0^+$.

Dans ces conditions: $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} U_n = \lim_{n \to +\infty} \frac{n^2 (1 + 0^- + 0^+)}{n^2 (1 + 0^- + 0^+)}$

$$= \lim_{n \to +\infty} \frac{n^2}{n^2}$$

$$= 1.$$

2. **Concluons:**

Comme $\lim_{n \to +\infty} U_n = 1$, qui est une limite finie, nous pouvons affirmer que:

la suite (U_n) est **convergente** et converge vers 1.