Spé Maths
Terminale

Bernoulli & binomiale

MINI COURS

A. Loi de Bernoulli:

1. Définition:

Une épreuve de Bernoulli est une épreuve admettant deux issues:

- l'une appelée « succès » notée S dont la probabilité est $p \in]\, 0\, ;\, 1\, [$,
- l'autre appelée « échec » notée $\overline{S}$ dont la probabilité est $1 - p$.

2. Remarque:

On utilise une telle variable aléatoire lorsque les résultats possibles d'une épreuve aléatoire sont réduits à deux:

- oui – non
- vrai – faux
- être sur Instagram – ne pas être sur Instagram

3. Loi de probabilité:

Soit une épreuve de Bernoulli de paramètre p et X une variable aléatoire discrète qui vaut 1 si l'épreuve donne un succès et 0 si elle donne un échec.

La loi de probabilité de X est appelée loi de Bernoulli avec:

k	0	1
$P(X = k)$	$1 - p$	p

4. E (X) et V (X):

- $E(X) = p$

- $V(X) = p \cdot (1 - p)$.

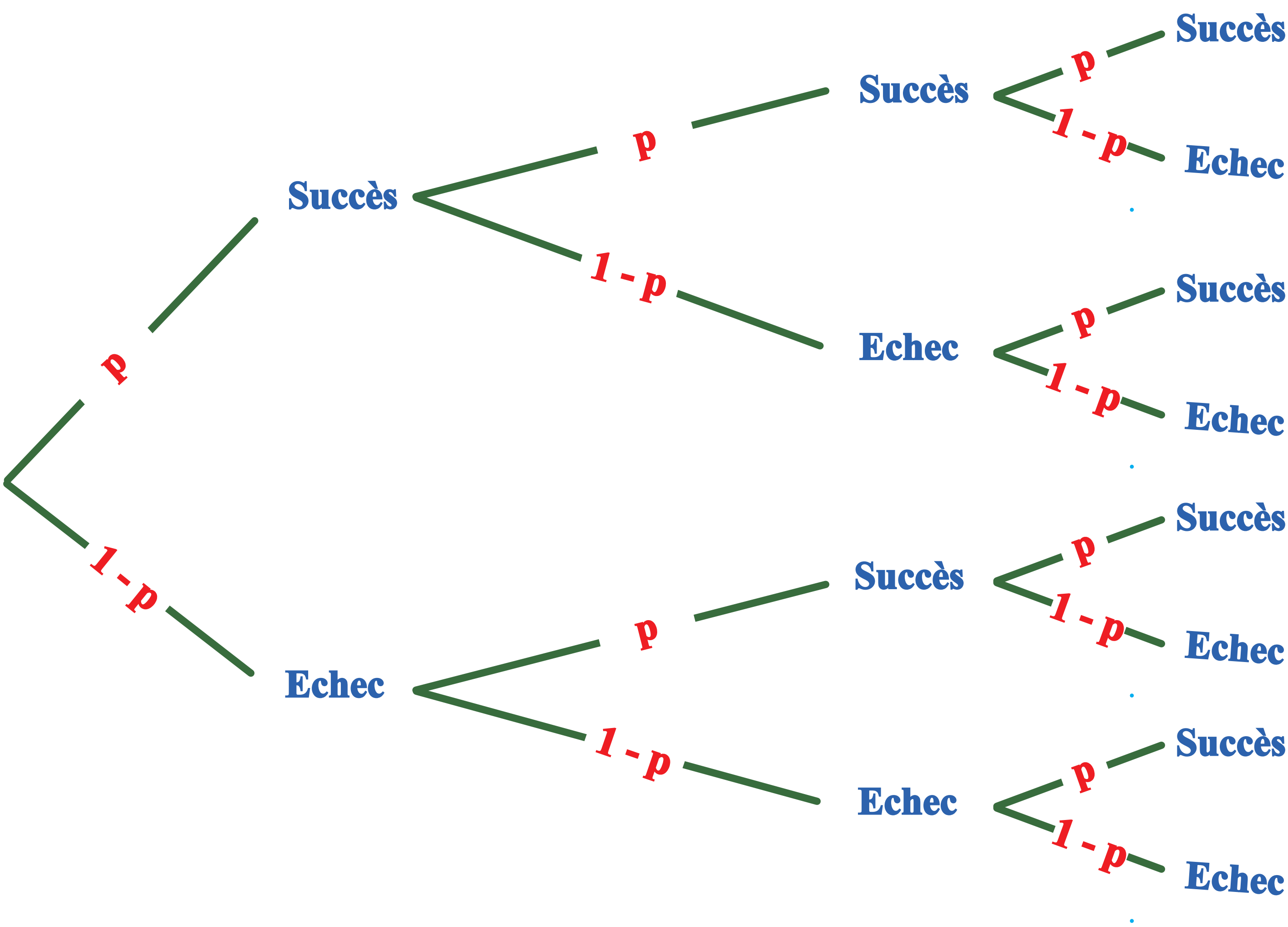
B. Schéma de Bernoulli:

- Un schéma de Bernoulli est une succession d'épreuves de Bernoulli, **identiques** et **indépendantes** les unes des autres.

- Notons que les tirages se font avec remise.

- Un schéma de Bernoulli peut se représenter à l'aide d'un arbre pondéré.

Ci-dessous, un schéma de Bernoulli où la probabilité de succès est p:



C. Loi binomiale:

1. Définition:

Soit un schéma de Bernoulli d'ordre n ($n \geq 1$) où la probabilité de succès est p ($p \in]\,0\,;\,1\,[$).

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k, $0 \leq k \leq n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}.$$

2. Notation:

On dit que la variable aléatoire X suit une loi binomiale.

Et on écrit: $X \rightsquigarrow B(n\,;\,p)$.

3. E (X) et V (X):

- $E(X) = n \cdot p$
- $V(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$.