www.freemaths.fr

BACCALAURÉAT
MATHÉMATIQUES

SUJET 1

CORRIGÉ EXERCICE 1

ASIE
2026

TIREUR À L'ARC

CORRECTION

1. a. Donnons la valeur de P_1:

D'après l'énoncé:

- T_n = " le tireur atteint le centre de la cible au n-ième tir "
- $P_n = P(T_n) = P$ (l'événement T_n se réalise)
- le tireur a atteint le centre de la cible au premier tir avec une probabilité de 0,5.

Dans ces conditions, nous pouvons affirmer que: $P_1 = 50\,\%$.

1. b. Montrons que $P_2 = \frac{17}{30}$:

P_2 correspond à la probabilité d'atteindre le centre de la cible au second tirage cad $P(T_2)$.

L'événement $T_2 = (T_2 \cap T_1) \cup (T_2 \cap \overline{T_1})$.

D'après la formule des probabilités totales:

$P(T_2) = P(T_2 \cap T_1) + P(T_2 \cap \overline{T_1})$

Freemaths : Tous droits réservés

$$= P_{T_1}(T_2) \times P(T_1) + P_{\overline{T_1}}(T_2) \times P(\overline{T_1}).$$

Or: • $P_{T_1}(T_2) = \frac{4}{5}$

• $P_{\overline{T_1}}(T_2) = \frac{1}{3}$.

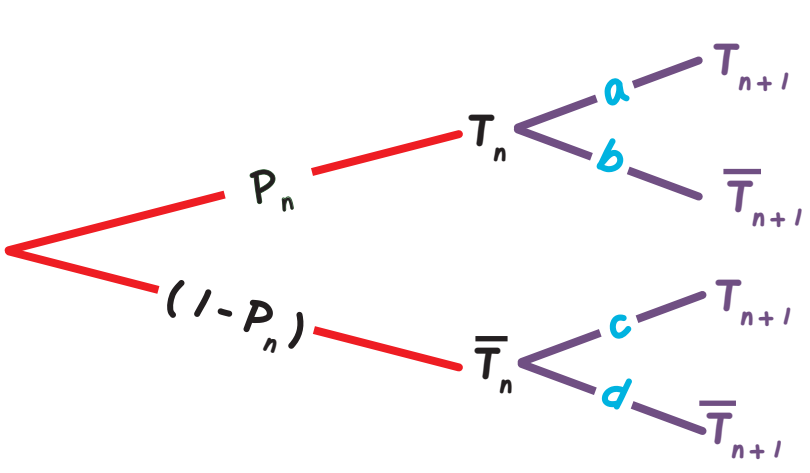
D'où: $P(T_2) = P_2 = \frac{4}{5} \times P_1 + \frac{1}{3} \times (1 - P_1)$

$$= \frac{17}{30}.$$

Ainsi, nous avons bien: $P_2 = \frac{17}{30}$.

2. Recopions et complétons l'arbre de probabilité:

D'après, la question précédente, **l'arbre de probabilité demandé est:**



, avec:

- $a = \frac{4}{5}$
- $b = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$
- $c = \frac{1}{3}$
- $d = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

3. Montrons que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $P_{n+1} = \frac{7}{15} P_n + \frac{1}{3}$:

Freemaths : Tous droits réservés

Il s'agit de calculer ici: $P(T_{n+1}) = P_{n+1}$.

L'événement $T_{n+1} = (T_{n+1} \cap T_n) \cup (T_{n+1} \cap \overline{T_n})$.

D'après la formule des **probabilités totales**:

$$P_{n+1} = P(T_{n+1}) = P(T_{n+1} \cap T_n) + P(T_{n+1} \cap \overline{T_n})$$

$$= P_{T_n}(T_{n+1}) \times P(T_n) + P_{\overline{T_n}}(T_{n+1}) \times P(\overline{T_n})$$

$$= \frac{4}{5} \times P_n + \frac{1}{3} \times (1 - P_n)$$

$$= \frac{4}{5} \times P_n + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \times P_n$$

$$= \frac{7}{15} P_n + \frac{1}{3}.$$

Ainsi, pour tout entier naturel $n \geq 1$, nous avons bien:

$$P_{n+1} = \frac{7}{15} P_n + \frac{1}{3}.$$

4. a. Montrons que la suite (U_n) est géométrique de raison $\frac{7}{15}$:

$$U_n = P_n - \frac{5}{8} \iff U_{n+1} = P_{n+1} - \frac{5}{8}, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}^*$$

$$\iff U_{n+1} = \left(\frac{7}{15} P_n + \frac{1}{3}\right) - \frac{5}{8} \quad (1).$$

Freemaths : Tous droits réservés

Or: $U_1 = P_1 - \frac{5}{8}$ cad $U_1 = \frac{1}{2} - \frac{5}{8} = -\frac{1}{8}$ et $P_n = U_n + \frac{5}{8}$.

D'où: $(1) \iff U_{n+1} = \left(\frac{7}{15}\left[U_n + \frac{5}{8}\right] + \frac{1}{3}\right) - \frac{5}{8}$

$\iff U_{n+1} = \frac{7}{15} \times U_n$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

Par conséquent: (U_n) est bien une suite géométrique de raison $q = \frac{7}{15}$ et de premier terme $U_1 = -\frac{1}{8}$.

4. b. Déterminons l'expression de U_n en fonction de n:

Nous savons que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $U_{n+1} = \frac{7}{15} \times U_n$.

Dans ces conditions, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$:

$$U_n = \left(\frac{7}{15}\right)^{(n-1)} \times U_1 \quad \text{cad} \quad U_n = \left(-\frac{1}{8}\right) \times \left(\frac{7}{15}\right)^{(n-1)}.$$

4. c. Déduisons-en l'expression de P_n en fonction de n:

Nous savons que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $P_n = U_n + \frac{5}{8}$.

Dans ces conditions, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$:

$$P_n = \left(-\frac{1}{8}\right) \times \left(\frac{7}{15}\right)^{(n-1)} + \frac{5}{8}.$$

Freemaths : Tous droits réservés

5. a. Déterminons la limite de la suite (P_n):

$$\lim_{n\to+\infty} P_n = \lim_{n\to+\infty} = \left(-\frac{1}{8}\right) \times \left(\frac{7}{15}\right)^{(n-1)} + \frac{5}{8}$$

$$= \frac{5}{8} \quad \text{car} \quad \lim_{n\to+\infty} \left(\frac{7}{15}\right)^{(n-1)} = 0, \quad \text{car} \quad \frac{7}{15} \in]0;1[.$$

D'où: $\lim_{n\to+\infty} P_n = \frac{5}{8}$.

5. b. Interprétation:

Cela signifie que quand " n " très grand: la probabilité pour le tireur d'atteindre le centre de la cible se stabilisera autour de $\frac{5}{8}$.

6. L'algorithme complété:

Voici la fonction complétée afin qu'elle renvoie la plus petite valeur de l'entier n telle que: $P_n \geqslant 0,6$.

```
def seuil ( ) :
    n = 1
    p = 0.5
    while p < 0.6 :
        n = n + 1
        p = p*7/15 + 1/3
    return n
```

Freemaths : Tous droits réservés

7. Résolvons l'inéquation $P_n \geq 0,6$:

$$P_n \geq 0,6 \iff \left(-\frac{1}{8}\right) \times \left(\frac{7}{15}\right)^{(n-1)} + \frac{5}{8} \geq 0,6$$

$$\iff \left(\frac{7}{15}\right)^{(n-1)} \leq 0,2$$

$$\iff (n-1) \times \ln\left(\frac{7}{15}\right) \leq \ln(0,2)$$

$$\iff (n-1) \geq \frac{\ln(0,2)}{\ln\left(\frac{7}{15}\right)}, \quad \text{car} \quad \frac{7}{15} \in]0;1[$$

cad $n > 3,11$ cad $n \geq 4$ car $n \in \mathbb{N}$.

Les solutions de l'inéquation $P_n \geq 0,6$ sont: les entiers naturels supérieurs à 4.

Freemaths : Tous droits réservés