www.freemaths.fr

BACCALAURÉAT
MATHÉMATIQUES

SUJET 2

CORRIGÉ EXERCICE 1

POLYNÉSIE
2026

26P521

SPÉ MATHS

CORRECTION

PARTIE A

Freemaths : Tous droits réservés

1. Représentons cette situation à l'aide d'un arbre pondéré :

D'après l'énoncé, nous avons :

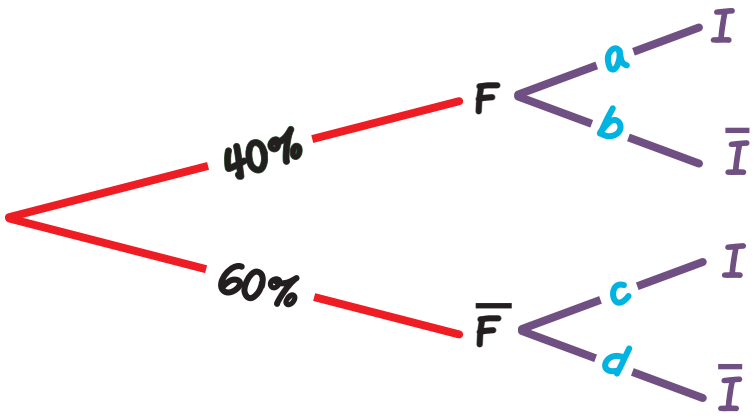
- F = " l'élève est une fille "
- $\overline{F}$ = " l'élève est un garçon ".
- I = " l'élève envisage des études d'ingénieur "
- $\overline{I}$ = " l'élève n'envisage pas des études d'ingénieur ".
- $P(F) = 40\,\%$
- $P(\overline{F}) = 60\,\%$.
- $P_F(I) = 33{,}75\,\%$

- $P_F(\overline{I}) = 1 - 33,75\% = 66,25\%$.

- $P_{\overline{F}}(I) = 54,25\%$

- $P_{\overline{F}}(I) = 1 - 54,25\% = 45,75\%$.

D'où l'arbre pondéré suivant:



, avec:

- $a = 33,75\%$
- $b = 66,25\%$
- $c = 54,25\%$
- $d = 45,75\%$

2. Calculons $P(F \cap I)$:

Calculer la probabilité que l'élève soit une fille envisageant des études d'ingénieur revient à déterminer: $P(F \cap I)$.

$$P(F \cap I) = P_F(I) \times P(F)$$

$$= 33,75\% \times 40\%$$

$$= 13,5\%.$$

La probabilité demandée est donc égale à: 13,5%.

3. Calculons $P(I)$:

Freemaths : Tous droits réservés

Calculer la probabilité que l'élève envisage des études d'ingénieur revient à déterminer: $P(I)$.

L'événement $I = (I \cap F) \cup (I \cap \overline{F})$.

D'après la formule des **probabilités totales**:

$$P(I) = P(I \cap F) + P(I \cap \overline{F})$$

$$= P_F(I) \times P(F) + P_{\overline{F}}(I) \times P(\overline{F})$$

$$= 13,5\% + 54,25\% \times 60\%$$

$$= 46,05\%.$$

La probabilité que l'élève envisage des études d'ingénieur est donc de :

$$46,05\%.$$

4. Déterminons $P_I(F)$:

Déterminer la probabilité que l'élève soit une fille, sachant qu'elle envisage des études d'ingénieur revient à calculer: $P_I(F)$.

$$P_I(F) = \frac{P(I \cap F)}{P(I)}$$

$$= \frac{P(F \cap I)}{P(I)}$$

$$= \frac{13,5\%}{46,05\%}$$

Freemaths : Tous droits réservés

$\approx 0,293$, arrondie au millième.

La probabilité que l'élève soit une fille sachant qu'elle envisage des études d'ingénieur est d'environ: $29,3\,\%$.

PARTIE B

1. a. Justifions que X suit une loi binomiale:

Soit l'expérience aléatoire consistant à **choisir un échantillon de n filles en Terminale**: le nombre est suffisamment grand pour assimiler ce choix à un tirage avec remise.

X est la variable aléatoire qui donne le nombre de filles envisageant de devenir ingénieure.

Nous savons que: **la probabilité qu'une fille souhaite devenir ingénieure est de $15\,\% = p = P(I)$.**

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de n épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: I et $\overline{I}$.

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de I suit donc **une loi binomiale** de paramètres: n et $p = 15\,\%$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B(n; 15\,\%)$.

Freemaths : Tous droits réservés

1. b. Exprimons E (X) en fonction de n:

D'après le cours: $E(X) = n \cdot p$.

Ici nous avons donc: $E(X) = 0,15 \times n$ filles.

2. Déterminons le plus petit nombre de lycéennes:

Ici, il s'agit de déterminer n tel que: $P(X \geq 1) \geq 0,99$.

Nous allons calculer: $P(X \geq 1)$, avec $X \rightsquigarrow B(n; 15\%)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k, $0 \leq k \leq n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}.$$

D'où: $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$

$$= 1 - \binom{n}{0} (15\%)^0 \cdot (1 - 15\%)^n$$

$$= 1 - (0,85\%)^n.$$

Ainsi: $P(X \geq 1) \geq 0,99 \iff 1 - 0,85^n \geq 0,99$

$$\iff 0,85^n \leq 0,01$$

$$\iff n \ln(0,85) \leq \ln(0,01)$$

Freemaths : Tous droits réservés

$$\Leftrightarrow n \geqslant \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,85)}, \text{ car } 0,85 \in]0;1[$$

cad $n \geqslant 28,3$ ou $n \geqslant 29$ car $n \in \mathbb{N}$.

Il faut donc interroger au moins: 29 lycéennes.

3. Déterminons $P(X \geqslant 7,25)$:

Nous sommes en présence de 29 filles qui souhaitent devenir ingénieure.

Un quart des filles interrogées est donc égal à: $\frac{29}{4} = 7,25$.

Dans ces conditions, la probabilité recherchée est:

$$P(X \geqslant 7,25) = P(X \geqslant 8).$$

$$P(X \geqslant 8) = 1 - P(X \leqslant 7)$$

$\approx 5,9\%$ (calculatrice).

La probabilité qu'au moins le quart des filles interrogées souhaitent devenir ingénieure est d'environ: 5,9%.

PARTIE C

1. Que représente la variable aléatoire " S " ?

Freemaths : Tous droits réservés

S représente le nombre de lycéennes souhaitant devenir ingénieure parmi les 15 000 (1500 x 10) lycéennes interrogées.

2. a. Calculons E (S):

Nous savons que: • $E(X) = 2.25$

• $S = X_1 + X_2 + \dots + X_{10}$.

Rappelons que d'après le cours:

• $E(a . X) = a . E(X)$

• $E(X_1 + X_2) = E(X_1) + E(X_2)$

• $E(a . X_1 + b . X_2 + c) = a . E(X_1) + b . E(X_2) + c$.

D'où ici: $E(S) = E(X_1 + X_2 + \dots + X_{10})$

$= E(X_1) + E(X_2) + \dots + E(X_{10})$

$= 10 \times E(X)$

$= 2.250$.

Ainsi: $E(S) = 2.250$ filles.

2. b. Calculons V (S):

Nous savons que: • $V(X) = 191,25$

• $S = X_1 + X_2 + \dots + X_{10}$.

Freemaths : Tous droits réservés

Rappelons que si les X_i sont indépendantes, d'après le cours:

- $V(a.X) = a^2.V(X)$
- $V(X_1 + X_2) = V(X_1) + V(X_2)$
- $V(a.X_1 + b.X_2 + c) = a^2.V(X_1) + b^2.V(X_2)$.

D'où ici: $V(S) = V(X_1 + X_2 + ... + X_{10})$

$= V(X_1) + V(X_2) + ... + V(X_{10})$

$= 10 \times V(X)$

$= 1912,5$.

Ainsi: $V(S) = 1912,5$ (filles)^2.

3. A-t-on $P(2\,000 < S < 2500) \geqslant 0,95$?

OUI en le montrant via l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

À 5 % près, l'affirmation est vraie.

Freemaths : Tous droits réservés