www.freemaths.fr

BACCALAURÉAT
MATHÉMATIQUES

SUJET 1

CORRIGÉ EXERCICE 1

POLYNÉSIE
2026

ÉCOLE DE SURF

CORRECTION

PARTIE A

Freemaths : Tous droits réservés

1. Recopions et complétons l'arbre de probabilités:

D'après l'énoncé, nous avons:

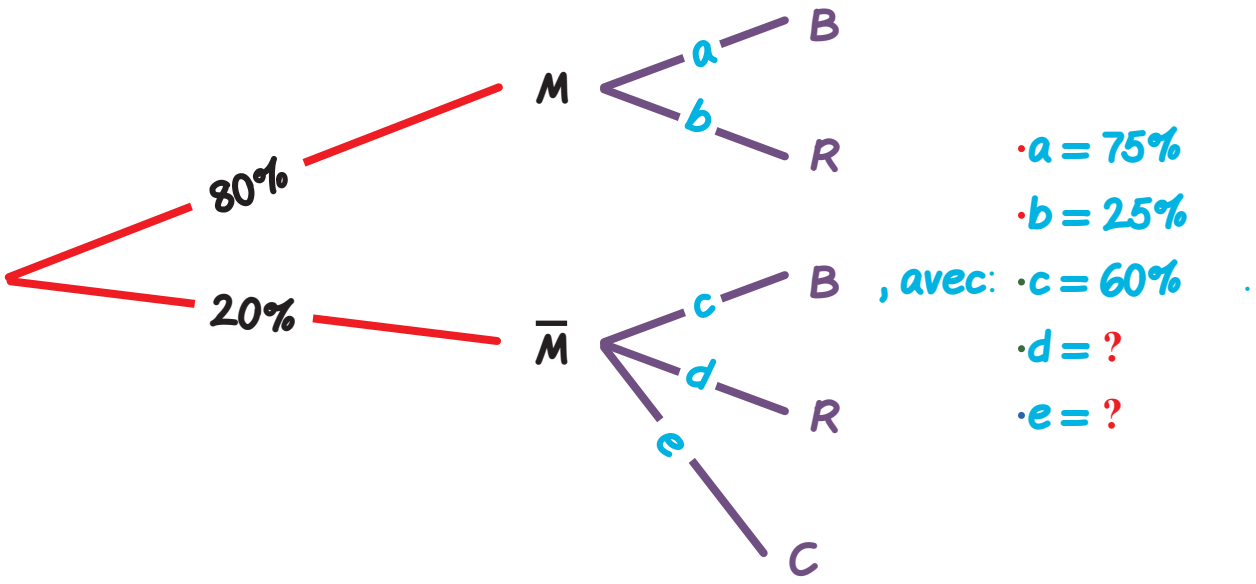
- M = " la planche est en mousse "
- B = " la planche est en bon état "
- R = " la planche sera recyclée "
- C = " la planche sera consolidée ".

- $P(M) = 80\,\%$
- $P(\overline{M}) = P(\text{Résine}) = 1 - 80\,\% = 20\,\%$.

- $P_M(B) = 75\,\%$
- $P_M(R) = 1 - 75\,\% = 25\,\%$.

- $P_{\overline{M}}(B) = 60\%$
- $P_{\overline{M}}(R) = ?$
- $P_{\overline{M}}(C) = ?$

D'où l'arbre pondéré suivant:



, avec:
- $a = 75\%$
- $b = 25\%$
- $c = 60\%$
- $d = ?$
- $e = ?$

.

2. a. Interprétons la probabilité $P(\overline{M} \cap R) = 5\%$:

Cela signifie que la probabilité que la planche soit en résine et soit recyclée est de 5%.

2. b. Montrons que $P_{\overline{M}}(C) = 15\%$:

Déterminer la probabilité que la planche soit consolidée, sachant qu'elle est en résine revient à calculer: $P_{\overline{M}}(C)$.

Freemaths : Tous droits réservés

$$P_{\overline{M}}(C) = 1 - [P_{\overline{M}}(B) + P_{\overline{M}}(R)]$$

$$= 1 - \left[60\% + \frac{P(\overline{M} \cap R)}{P(\overline{M})}\right]$$

$$= 1 - [60\% + 25\%]$$

$$= 15\%.$$

Nous avons donc bien: $P_{\overline{M}}(C) = 15\%$.

3. A-t-elle raison ?

Bon pour savoir si la gérante ne dit pas de conneries, nous allons calculer:

$$P(B).$$

L'événement $B = (B \cap M) \cup (B \cap \overline{M})$.

D'après la formule des **probabilités totales**:

$$P(B) = P(B \cap M) + P(B \cap \overline{M})$$

$$= P(M \cap B) + P(\overline{M} \cap B)$$

$$= P_M(B) \times P(M) + P_{\overline{M}}(B) \times P(\overline{M})$$

$$= 75\% \times 80\% + 60\% \times 20\%$$

$$= 72\%.$$

Comme $72\% < 75\%$, la gérante dit des conneries !!!

Freemaths : Tous droits réservés

PARTIE B

1. Justifions la valeur " p " de gagner une remise:

Game:
- Une urne avec **5** boules noires et **n** boules rouges.
- Le client tire simultanément **2** boules.
- Le client gagne si les **deux boules de même couleur**.

→ Il y a **n + 5** boules en tout: le nombre de façons de tirer simultanément **2** boules parmi les **n + 5** est $\binom{n+5}{2}$.

→ Il y a **5** boules noires: le nombre de façons de tirer simultanément **2** boules parmi les **5** est $\binom{5}{2}$.

→ Il y a **n** ($n \geq 2$) boules rouges: le nombre de façons de tirer simultanément **2** boules parmi les **n** est $\binom{n}{2}$.

Les événements " tirer 2 boules noires " et " tirer 2 boules rouges " étant disjoints, la probabilité de tirer 2 boules de même couleur est donc égale à:

$$p = \frac{\binom{5}{2} + \binom{n}{2}}{\binom{n+5}{2}}.$$

Freemaths : Tous droits réservés

2. Montrons que " p " peut s'écrire autrement:

$$p = \frac{\binom{5}{2} + \binom{n}{2}}{\binom{n+5}{2}}$$

$$= \frac{\left(\frac{5!}{3!\,2!}\right) + \left(\frac{n!}{(n-2)!\,2!}\right)}{\left(\frac{(n+5)!}{(n+5-2)!\,2!}\right)}$$

$$= \frac{(5 \times 4) + (n \times (n-1))}{(n+5) \times (n+4)}$$

$$= \frac{20 + n(n-1)}{(n+5)(n+4)}.$$

CQFD.

Freemaths : Tous droits réservés

3. Déterminons l'ensemble des valeurs possibles de " n ":

La gérante désire: $P < \frac{1}{2}$.

$$P < \frac{1}{2} \iff 20 + n(n-1) < \frac{(n+5)(n+4)}{2}$$

$$\iff 40 + 2n^2 - 2n < n^2 + 4n + 5n + 20$$

$$\iff n^2 - 11n + 20 < 0. \quad (1)$$

L'équation $n^2 - 11n + 20 = 0$ admet 2 racines réelles distinctes:

$$x' = \frac{11 - \sqrt{41}}{2} \approx 2,3 \quad \text{et} \quad x'' = \frac{11 + \sqrt{41}}{2} \approx 8,7.$$

Ainsi, l'inéquation (1) est vérifiée ssi: $x \in [x'; x'']$.

Donc l'ensemble des valeurs possibles est: 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Freemaths : Tous droits réservés