www.freemaths.fr

BACCALAURÉAT
MATHÉMATIQUES

SUJET 2

CORRIGÉ EXERCICE 2

CENTRES ÉTRANGERS 1

2026

LE RÉSEAU SOCIAL

CORRECTION

PARTIE A

Freemaths : Tous droits réservés

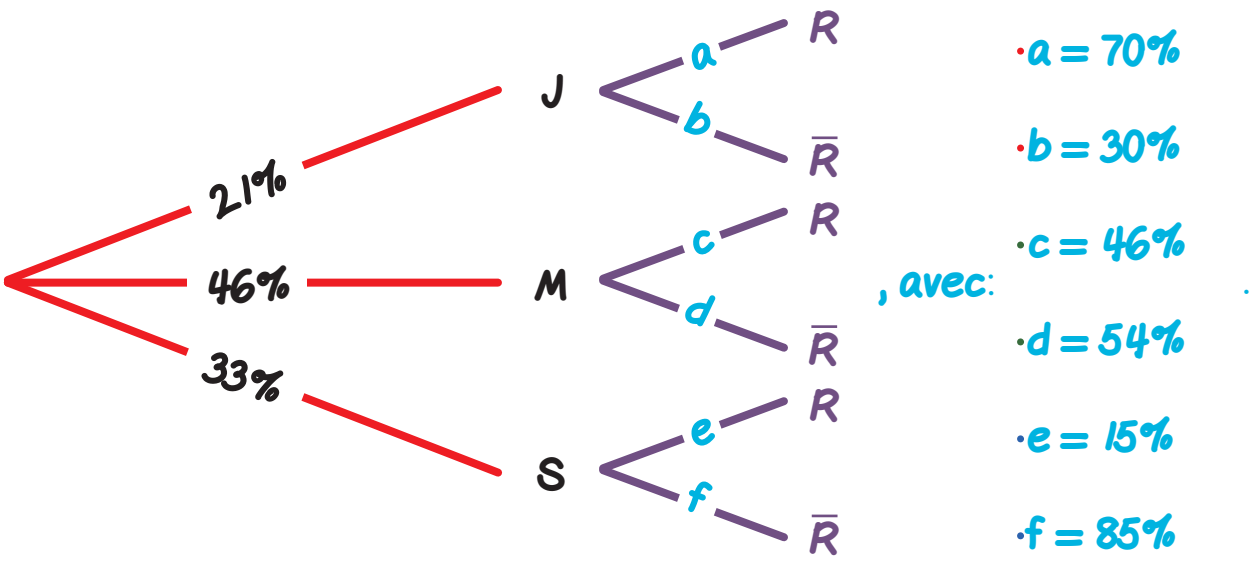
1. Recopions et complétons l'arbre de probabilité :

D'après l'énoncé, nous avons :

- J = " la personne a entre 15 et 29 ans "
- M = " la personne a entre 30 et 59 ans ".
- S = " la personne a au moins 60 ans "
- R = " la personne a déjà publié sur le réseau ".
- $P(J) = 21\%$
- $P(M) = 46\%$
- $P(S) = 33\%$.

- $P_J(R) = 70\%$
- $P_M(R) = 46\%$
- $P_S(R) = 15\%$.

D'où l'arbre pondéré suivant:



, avec:

- $a = 70\%$
- $b = 30\%$
- $c = 46\%$
- $d = 54\%$
- $e = 15\%$
- $f = 85\%$

2. a. Déterminons $P(M \cap R)$:

$$P(M \cap R) = P_M(R) \times P(M)$$

$$= 46\% \times 46\%$$

$$= 21,16\%.$$

Ainsi, nous avons: $P(M \cap R) = 21,16\%$.

2. b. Interprétation:

Cela signifie que la probabilité que la personne ait entre 15 et 29 ans, et

Freemaths : Tous droits réservés

qu'elle a déjà publié sur le réseau social est égale à 21, 16 %.

3. a. Calculons P (R):

Déterminer la probabilité que la personne ait déjà publié sur le réseau social revient à calculer: **P (R)**.

L'événement $R = (R \cap J) \cup (R \cap M) \cup (R \cap S)$.

D'après la formule des **probabilités totales**:

$$P(R) = P(R \cap J) + P(R \cap M) + P(R \cap S)$$

$$= P_J(R) \times P(J) + P_M(R) \times P(M) + P_S(R) \times P(S)$$

$$= (70\% \times 21\%) + (46\% \times 46\%) + (15\% \times 33\%)$$

$$= 40,81\%.$$

Ainsi, la probabilité que la personne ait déjà publié sur le réseau social est de: 40, 81 %.

Freemaths : Tous droits réservés

3. b. Déterminons $P_R(S)$:

Déterminer la probabilité que la personne ait au moins 60 ans, sachant qu'elle a déjà publié revient à calculer: $P_R(S)$.

$$P_R(S) = \frac{P(R \cap S)}{P(R)}$$

$$= \frac{P(S \cap R)}{P(R)}$$

$$= \frac{P_S(R) \times P(S)}{P(R)}$$

$$= \frac{15\% \times 33\%}{40{,}81\%}$$

$$\approx 12{,}12\%.$$

Ainsi, la probabilité demandée est d'environ: $12{,}12\%$.

PARTIE B

1. Déterminons les paramètres de la loi binomiale:

D'après l'énoncé, nous avons:

- Probabilité que la personne ait déjà publié: $41\% = p$.
- Taille de l'échantillon choisi au hasard: $n = 100$.
- Population française suffisamment grande pour assimiler le choix à des tirages successifs avec remise.

Ici la variable aléatoire X, égale au nombre de personnes ayant déjà publié sur le réseau social parmi ces 100 personnes, suit donc une loi binomiale de paramètres: $n = 100$ et $p = 41\%$.

2. Calculons P (X ⩾ 50):

Freemaths : Tous droits réservés

Ici, il s'agit de calculer: $P(X \geqslant 50)$, avec $X \rightsquigarrow B(100; 41\%)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k, $0 \leqslant k \leqslant n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}.$$

D'où: $P(X \geqslant 50) = 1 - P(X \leqslant 49)$

$\approx 0,04279$ (calculatrice).

La probabilité qu'au moins la moitié des 100 personnes ait déjà publié sur le réseau est donc de: 4,3 %, arrondie au millième.

3. Déterminons E (X) et interprétons:

D'après le cours: $E(X) = n \cdot p$.

Ici nous avons donc: $E(X) = 100 \times 41\%$

$= 41$ personnes.

Cela signifie que si on répète l'expérience un très grand nombre de fois, en moyenne 41 personnes sur les 100 auront déjà publié sur le réseau social.

Freemaths : Tous droits réservés

PARTIE C

Montrons que $P(37 < Y < 45) > 98\%$:

Nous savons que:

- $E(X) = 41$
- $V(X) = n \cdot p \cdot (1-p) = 41 \times 59\% = 24,19$
- $Y = \dfrac{X_1 + X_2 + \ldots + X_{150}}{150}$.

Pour répondre à cette question, nous allons procéder en plusieurs étapes.

Étape 1: calcul de $E(Y)$

Rappelons que d'après le cours:

- $E(a \cdot X) = a \cdot E(X)$
- $E(X_1 + X_2) = E(X_1) + E(X_2)$
- $E(a \cdot X_1 + b \cdot X_2 + c) = a \cdot E(X_1) + b \cdot E(X_2) + c$.

D'où ici: $E(Y) = E\left(\dfrac{X_1 + X_2 + \ldots + X_{150}}{150}\right)$

$$= \frac{1}{150} \times [E(X_1) + E(X_2) + \ldots + E(X_{150})]$$

$$= \frac{1}{150} \times 150 \times E(X)$$

Freemaths : Tous droits réservés

$= E(X)$

$= 41.$

Ici nous avons donc: $E(Y) = 41$ personnes.

Étape 2: calcul de $V(Y)$

Rappelons que si les X_i sont indépendantes, d'après le cours:

- $V(a \cdot X) = a^2 \cdot V(X)$
- $V(X_1 + X_2) = V(X_1) + V(X_2)$
- $V(a \cdot X_1 + b \cdot X_2 + c) = a^2 \cdot V(X_1) + b^2 \cdot V(X_2)$.

D'où ici: $V(Y) = V\left(\dfrac{X_1 + X_2 + \ldots + X_{150}}{150}\right)$

$= \dfrac{1}{(150)^2} \times [V(X_1) + V(X_2) + \ldots + V(X_{150})]$

$= \dfrac{V(X)}{150}$

$= \dfrac{24,19}{150}$

$\approx 16,13\ \%.$

Ici nous avons donc: $V(Y) = 16,13\ \%$ (personnes)^2.

Freemaths : Tous droits réservés

Étape 3: Bienaymé-Tchebychev

$$P(37 < Y < 45) = P(37 - E(Y) < Y - E(Y) < 45 - E(Y))$$

$$= P(37 - 41 < Y - E(Y) < 45 - 41)$$

$$= P(|Y - E(Y)| < 4)$$

$$= 1 - P(|Y - E(Y)| \geqslant 4).$$

Dans ces conditions: $P(37 < Y < 45) > 98\%$

$$\Leftrightarrow P(|Y - E(Y)| \geqslant 4) \leqslant 0,02.$$

D'après **l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev**, nous avons:

$$P(|Y - E(Y)| \geqslant 4) \leqslant \frac{V(Y)}{4^2}$$

cad $P(|Y - E(Y)| \geqslant 4) \leqslant 0,01.$

Or: $0,01 \leqslant 0,02.$

Au total, nous avons donc bien: $P(37 < Y < 45) > 98\%.$

Freemaths : Tous droits réservés